A nyíl paradoxonról

(javított–kiegészített verzió)

András Ferenc

2025. január 15.

Előhang

Felfigyeltem egy könyv fülszövegére (ami valójában a hátlapján van): „Talán meglepően hangzik, de a filozófusok is szerszámokkal dolgoznak. Persze nem vésővel vagy Excel-táblázatokkal, hanem jóval kifinomultabb eszközökkel: egyedi, csak rájuk jellemző gondolkodásmóddal és megközelítési módszerekkel, amelyek megtanulhatók, és az élet minden területén alkalmazhatók . . . ” (Fearn 2011). Hát ez igazán érdekes, mert én épp ellenkezőleg úgy gondolom, hogy több filozófiai kérdéskört is nagyon jól lehet illusztrálni Excel táblázatokkal, bár az Excel táblázatok használata és megértése épp úgy ügyességet igényel, mint mondjuk a vésőé.

A könyv jó, bár nem felel meg teljesen a kitűzött céljának. Érdemes lett volna szót ejtenie a szerzőnek a középkori skolasztikusok vita kultúrájáról, arról, hogy pl. Aquinói Szent Tamás hogyan érvel, hogy miképpen tárgyalja a teológiai-filozófiai kérdéseket, vagy Descartes kapcsán fölsorolni legalább a módszerről szóló értekezés négy szabályát, Wittgenstein kapcsán pedig megemlíteni a matematikai logika alkalmazását, és esetleg Carnappal is foglalkozni. Láthatóan a szerzőnek megvan a tehetsége arra, hogy bonyolult kérdéseket közérthetően tárgyaljon, így ezek nem jelentettek volna számára megoldhatatlan feladatot. Több helyesírási vagy fogalmazási hiba is van a könyvben, szerencsére nem nagyon zavaróak. Van egy tartalmi bökkenő is, amit azért kifogásolok, mert pl. Sainsbury a nagyközönségnek írt Paradoxonok c. könyvében szintén foglalkozik Zénón nyíl paradoxonjával, de ő kevésbé növeli tovább a zűrzavart (Sainsbury 2012). Most Fearn nyíl paradoxon megoldásával fogok foglalkozni.

Fearn értelmezése

„Mihelyt eljutottunk egy valódi – azaz per definitionem tovább nem osztható – pillanathoz, akkor az idő olyan törtrészénél vagyunk, amelyikben nem történhet mozgás. Ez azonban azt jelenti, hogy sosem mozoghat a nyílvessző, mivel a nem mozgások összegéből nem lehet mozgás. Mivel a nyílvessző röppályájának egyetlen pontján sem mozog, ezért az egész röppályáján sem mozog. A nyílparadoxonnal a legkönnyebb elbánni az itt fölsoroltak közül. A mozgáshoz időre van szükség, így tehát nem meglepő, hogy az időt kiiktatva inkább pillanatokról beszélünk, azzal a mozgást is eltüntetjük. Jóllehet a nyílvessző esetleg egyetlen adott időpillanatban sem mozog, még mindig mozoghat, ha a mozgást valamely dolog más helyen, később felbukkanó látszatként határozzuk meg.”[1]

A fenti gondolatmenet elhamarkodott. A gondolatmenet összekever két kérdést, összekeveri azt amit tudhatunk, azzal, ami van. Jelen esetben két kérdés merül fel:

(1) Mit tudhatunk akkor, amikor az idő tovább nem osztható tört részénél, egy pillanatnál vagyunk? Tudhatjuk-e hogy a nyíl áll, avagy mozog?

(2) Mozoghat vagy állhat-e egy tárgy, jelen esetben a nyíl, az idő tovább nem osztható tört részénél? Figyeljünk föl arra, hogy az álló helyzet épp úgy kérdés, mint a mozgás. Gondoljunk egy pattogó labdára. A labda folyamatosan mozog, de periodikusan egy pillanatra megáll, amikor a földről visszapattan.

Térjünk vissza az idézethez, vizsgáljuk meg Fearn érvét. Kezdjük a végén. Ha a nyílvessző egyetlen időpillanatban sem mozog, akkor látszatként miért és hogyan mozogna, és miképpen megoldása ez a mozgás problémájának? Miképp értsük ebben az esetben a látszatot? A látszatot a valósággal szembeállítva szokták értelmezni. Pl. látszólag eltört a bot, ez azonban optikai csalódás, valójában a bot továbbra is egyenes. A bűvész látszólag kettéfűrészelte a nőt, de valójában mégsem, mert lám mosolyogva kiszáll a ládából. Ennek alapján így okoskodhatunk:

[1]Fearn, u.o. p.37. Az eredeti szöveg: „The flight of an arrow can be divided into instants, which are the smallest possible measure of time. If the arrow moves during one of these instants, it means that it begins the instant in one place and ends in another. In this case we would not be talking about an instant at all because the moment could be divided further. Once we have alighted on a true instant – a moment that by definition cannot be divided further – then we have a division of time in which no movement can take place. This, however, means that the arrow can never move, as no amount of no-motion can add up to motion. Since the arrow does not move in any single point in its flight, it does not move over the whole flight. The arrow is the easiest of the paradoxes to tackle. Motion requires time, so it is not surprising that if you take away time and talk instead of instants then you also take away motion. Though the arrow may not move in any given instant, it can still move if motion is defined as a thing's appearance in a different place at a later point in time. ” Nicholas Fearn, *Zeno and the Tortoise: How to Think Like a Philosopher* (2001) London, Atlantic Books. pp.82,83. A könyv megírása idején Nicholas Fearn a King's College, London hallgatója volt és Londonban élt. Nem tévesztendő össze az újságíróval.

látszólag mozog a nyíl, valójában mégsem mozog, hanem végig egyazon helyen van. Ez úgy történhet meg, hogy a nyílvessző egy asztalon fekszik, és mi autóban ülve elgördülünk az asztal előtt, de úgy érzékeljük, hogy mi állunk, és az asztalon lévő nyílvessző halad. Vajon ez megoldja a mozgó nyíl rejtélyét? Olyan módon oldja meg, hogy most helyette az autó mozog, annak mozgását kéne megmagyarázzuk. Valójában tehát nem oldotta meg a problémát, csak tovább tolta. Úgy tűnik Zénón valóban ellentmondást talált a mozgás fogalmában, de nézzük meg ezt közelebbről.

A nyíl aporia egy megközelítése

Elmondom természetes nyelven, és pontosabb, félig formalizált nyelven is. A jobboldali zárójelbe tett szám azt mutatja, hogy – állítólag – miből következik a mondat.

(1) A nyíl mozog.

(2) A nyíl minden pillanatban egy meghatározott helyen van és minden része teljesen kitölti a rendelkezésére álló helyet.

(3) A nyíl minden pillanatban ott van, ahol van, egy pillanat alatt semmit sem halad. Nem mozoghat az éppen elfoglalt helye irányába, mivel már ott van, de nem mozdulhat el az éppen elfoglalt helyéből, mert egy pillanat alatt erre nincsen ideje. (2)

(4) A nyíl semelyik pillanatban nem halad, tehát semelyik pillanatban sem mozog. (3)

(5) A nyíl nem mozog. (4)

Nyilvánvaló az ellentmondás (1) és (5) között. Lássuk ezek után, részletesebben az okfejtést.

Tegyük fel, hogy a nyíl mozog, amely feltevésünket (1)-el jelölöm, és a csillag arra utal, hogy ez puszta feltevés, nem pedig logikai igazság. Az újabb és újabb feltevéseket újabb csillag oszloppal jelölöm.

*(1) A nyíl t_1 időpillanatban mozog.

**(2) A nyíl minden t időpillanatban a pálya meghatározott s helyén van.

**(3) A nyíl t_1 időpillanatban s_1 helyen van. (2)

***(4) Ha a nyíl mozog, akkor egy időtartományban van.

***(5) Ha egy nyíl nem idő tartományban van, akkor nem mozog. (4)

****(6) Egy időpillanat soha nem egy idő tartomány.

****(7) A t_1 időpillanat nem időtartomány (6)

****(8) A nyíl t_1 időpillanatban nem időtartományban van. (7)

****(9) A nyíl t_1 időpillanatban nem mozog. (5) (8)

****(10) A nyíl t_1 időpillanatban mozog és a nyíl t1 időpillanatban nem mozog. (1) (9)

Mivel t_1 időpillanat tetszőleges volt, bármely időpillanatra nézve ellentmondásra jutunk.

Ellentmondásra jutottunk, tehát feltéve hogy a levezetés minden lépése helyes, egy vagy több kiinduló föltevést – premisszát – el kell vessünk. Melyiket válasszuk? Vegyük sorra a csillaggal megjelölt új sorokat, azaz a premisszáinkat, melyeket most római számokkal jelöltem:

(I.) A nyíl t_1 időpillanatban mozog.

(II.) A nyíl minden t időpillanatban a pálya meghatározott s helyén van.

(III.) Ha a nyíl mozog, akkor egy időtartományban mozog.

(IV.) Egy időpillanat soha nem egy idő tartomány.

Az utolsó premissza cáfolhatatlannak tűnik. Miért? Azért mert az időpillanat egy már tovább nem osztható valami, az időtartomány viszont folytonos időt feltételezve, mindig tovább osztható. Valami tehát vagy időpillanat, vagy időtartomány. Ez azonban nem zárja ki, hogy egy időtartomány időpillanatokból áll, csak a fogalmi különbségre utal. Diszkrét időt feltételezve a legrövidebb időtartomány két egymást követő időpillanat, folytonos időt feltételezve viszont nem értelmezhető a valamely időpontra rákövetkező időpillanat. (Ne keverjük össze a folytonost a folyamatossal. Utóbbi mind folytonos mind diszkrét időben értelmezhető.)

A második premissza is megingathatatlannak tűnik. Ha a nyíl pályáját valamely s függvény írja le az időben, akkor a függvény argumentum értékeire értelmezve van a függvény értéke, tehát minden t időpontra van olyan y, hogy $y = s(t)$.

A helyzet tehát a következő: vagy (I) -et kell elvessük, és akkor Zénónnak igaza van, vagy (III.)-kell elvessük, ekkor Newton követői vagyunk. Vizsgáljuk meg közelebbről mit is állít (III.) Valójában azt állítja, hogy ha a nyíl t_1 időpillanatban s_1 helyen van, akkor a nyíl áll. Mielőtt ezt matematikai szempontból megvizsgáljuk, vizsgáljuk meg egy szemléletes példával. Az alábbi két ábra közül az egyik a t_1 helyen álló, a másik a t_1 helyen mozgó nyílt ábrázolja. Meg tudjuk-e mondani, hogy melyik a kettő közül a mozgó nyíl ábrája , a balra, vagy a jobbra mutató nyíl?(1. ábra)[2]

1. ábra. Két nyil

Nem tudjuk, mert azt sem tudjuk megmondani, hogy melyik ábrázolja az állót. A probléma a következő. Egy pillanat alatt a nyíl semennyit sem tud előrehaladni, csakhogy ebből mégsem következik, hogy abban a pillanatban a nyíl sebessége nulla. Ez ellentmond a józan észnek, mégis igaz. Miképpen látható ez be? Kétféleképpen is elmondom. Elmondom általános iskolai ismereteket, és elmondom középiskolás ismereteket föltételezve is.

Mit tanultunk a középiskolában?

Elemi iskolai tananyag, hogy: út = sebesség × idő. Ez így azért nem elég pontos, pontosabban így fest: a nyíl által megtett út = a nyíl sebessége × az eltelt idő. Képlettel: $s = v \times t$. Zénón abból, hogy $s = 0$ arra következtetett, hogy akkor $v = 0$, azaz a nyíl áll. Ez azonban hibás következtetés, mert ez csak az egyik lehetőség, a másik lehetőség az, hogy az eltelt idő, azaz $t = 0$ és a sebesség viszont nem nulla. Ezért téves volt a következtetése, de Zénón sem az ilyen formulákat, sem a sebesség fogalmát nem ismerte, így neki nem róható föl a tévedés.

Középiskolás fokon még precízebben és általánosabban fogalmazhatunk. A nyíl helyét miden időpillanatban megadja az s út-idő függvény egy T időtartományban, de mi írja le a sebességét? Feltéve, hogy a nyíl út-idő függvénye T időtartomány minden pillanatában differenciálható, a nyíl

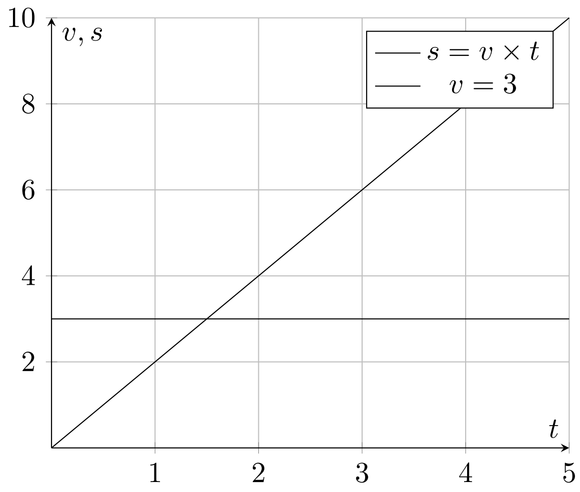
[2] Alapgondolatom első megfogalmazását valamikor a 80-as évek közepén megmutattam Ruzsa Imrének, mivel amit írtam, ő már korábban, más formában megírta. Azt mondta, jó írás, miért nem írom alá. Ugyanakkor világos volt számomra, hogy abban a szellemi közegben esélyem sincs megjelentetni. Horváth Mihály (1953 - 1988) barátom vetette fel, hogy miért nem küldöm el a Beszélő c. szamizdat újságnak, hátha érdekli őket. Csakhogy az én írásom elvont filozófiával foglalkozott, nem volt benne politika. De valójában mégis volt, csak közvetve. Meglepetésemre Kis Jánosnak tetszett, lehozta 1987-ben, az illegális Beszélőben.

sebességét az s függvény s' derivált függvénye írja le T időtartományban. A derivált függvény ekkor minden időpillanatban megadja a nyíl sebességét, legalábbis a newtoni fizika szerint. Tehát igenis értelmezhető a nyíl sebessége minden időpillanatban, nem csak egy időtartományban. A nyílnak van sebessége minden időpillanatban, és a nyíl akkor áll valamely t időpillanatban, ha a sebesség függvény értéke abban a t időpillanatban nulla, mozog más esetben. Amikor pl. a nyílvessző visszapattan, akkor egy pillanatra megáll, hasonlóan egy pattogó labdához. Ugyanakkor amennyiben csak egyetlen időpontban ismerjük a nyíl helyét, az alapján nem tudjuk meghatározni a pályáját leíró függvényt, és így a sebesség függvényét sem. Ha csak egyetlen hely-időpont értéket ismerünk, az alapján nem határozható meg a függvény abban a pontban lévő differenciál hányadosa, mivel nem meghatározható az ahhoz a függvény értékhez tartozó érintő. Ha nem határozható meg az érintő, akkor a sebesség sem határozható meg, azaz nem tudjuk, hogy a nyíl áll vagy mozog. Ezért nem tudunk a fenti két ábra között választani. [3]

Emlékezzünk vissza a középiskolás fizika órára. Tegyük fel, hogy a nyíl egyenes vonal mentén, v egyenes vonalú egyenletes sebességgel repül t időtartományban. Ekkor pályáját az $s = v \times t$ formula írja le, ahol s a megtett út, v a sebesség és t az eltelt idő. A sebesség idő függvény konstans függvény, mint az ábra mutatja. A középiskolában ezt grafikonnal is ábrázoltuk. Figyeljük meg jól az 2. ábrát.

Az ábra mutatja, hogy a nyíl minden időpillanatban pontosan ott van ahol van, és a nyílnak minden időpillanatban van $0 < v$ sebessége, tehát nem áll, hanem végig mozog. Az, hogy végig

[3] Ruzsa Imre szerint Zénón a tér és idő atomos szerkezetének föltevéséből a mozgás lehetetlenségére következtet. Csakhogy az ellentmondás levezetésekor nem hivatkoztunk az idő vagy a tér folytonos vagy diszkrét (atomos) természetére. A lényeg abban van amit később ír: „Tehát abból, hogy 'a P pont a t időpontban a tér (x, y, z) koordinátájú pontjában van', a P pont nyugalmi vagy mozgási állapotára nem lehet következni, ... " (Ruzsa 1966) p.66.,67. Az akkoriban kötelező marxista tanítás szerint „Zénón a mozgás objektíve meglévő ellentmondását fejezi ki: mozogni annyi, mint valahol lenni, és ugyanakkor nem ott lenni." Kellett bizonyos bátorság, egy mégoly eldugott helyen is, tagadni a kötelező dogmát. Bertrand Russell számos helyen foglalkozott Zénón aporiáival, és gyakran megváltoztatta álláspontját. Egy helyütt ezt írta: „In a continuous motion, then, we shall say that at any given instant the moving body occupies a certain position, and at other instants it occupies other positions; the interval between any two instants and between any two positions is always finite, but the continuity of the motion is shown in the fact that, however near together we take the two positions and the two instants, there are an infinite number of positions still nearer together, which are occupied at instants that are also still nearer together. The moving body never jumps from one position to another, but always passes by a gradual transition through an infinite number of intermediaries. At a given instant, it is where it is, like Zeno's arrow; but we cannot say that it is at rest at the instant, since the instant does not last for a finite time, and there is not a beginning and end of the instant with an interval between them. Rest consists in being in the same position at all the instants throughout a certain finite period, however short; it does not consist simply in a body's being where it is at a given instant. This whole theory, as is obvious, depends upon the nature of compact series, and demands, for its full comprehension, that compact series should have become familiar and easy to the imagination as well as to deliberate thought." *Our Knowledge of the External World* (1914) New York: Routledge. `https://www.gutenberg.org/files/37090/37090-h/37090-h.htm` Hogy pontosan mit gondolt Zénón, azt természetesen senki sem tudja, mivel nem maradtak fenn írásai, sem azok másolatai. Gondolhatott arra is, ahogy én rekonstruáltam a Nyíl aporiát, és ha erre gondolt, akkor formál logikailag igaza volt, valóban levezethető az ellentmondás. Az hogy logikai alapon ellentmondásosnak látta a mozgás fogalmát, bizonyítja éles eszét, az hogy manapság sok filozófus lát itt ellentmondást, épp ellenkezőleg.



2. ábra. Repülő nyil

mozog, azaz a sebesség-idő függvénye folyamatos, azt jelenti, hogy minden egyes időpillanatban is mozog, annak ellenére, hogy egy időpillanat alatt nem halad semmit. Ez az ami sokaknak a mai napig felfoghatatlan. Azoknak a filozófusoknak akik szerint a nyíl paradoxon a mai napig nem megoldott, tiltakozniuk kellett volna a fizika órán. Hegel követőinek meg kéne mutatnia, hogy miért rossz a klasszikus fizika megközelítése és mennyivel jobb az övék? Talán azt mondanák, hogy azért rossz a matematikai fizika leírása, mert hiányos, hiányzik belőle maga a mozgás. Szerintük a mozgás leírásának magának is mozgónak kell lennie, és nem statikus formulának. Talán úgy gondolják, hogy a víz H_2O kémiai formulája is hiányos mert nem nedves, és a kör egyenlete sem jó, mert nem kerek, és kenyér legtudományosabb leírása sem ehető. Ha ezt elfogadjuk, akkor a mozgó nyíl helyes leírása csak egy másik mozgó tárgy lehet, de ez milyen módon teszi lehetővé az események előre látását, kiszámítását?

Richard Mark Sainsbury a paradoxonokról írt népszerű könyvében szintén említi a nyíl paradoxont. (Sainsbury 2012) Bemutatja a probléma megoldását Newton szellemében, számára azonban ez nem „a megoldás”, hanem csak egy a lehetséges megoldások közül, azaz csak egy vélemény. Szerintem téved, a klasszikus fizika megoldása elől ebben a kérdésben lehetetlen kitérni. Gondoljuk végig a következőket a nyíl példájánál maradva. A jobb oldali zárójelbe tett számok mutatják hogy miből következik a sor, mellette az szerepel, hogy milyen megfontolások alapján. A példa általánosítható.

*(1) A nyíl minden t időpillanatban van valahol.

*(2) A nyílnak minden t időpillanatban van $s(t)$ helye. (1)józan ész

*(3) Létezik a nyíl s út-idő függvénye. (2)matematika

**(4) Tegyünk fel hogy a nyíl út-idő függvénye minden időpillanatban differenciálható. Ez a második premissza a klasszikus fizika föltevése

**(5) Létezik a nyíl sebességét leíró s' derivált függvény. (4)matematika

**(6) A nyílnak minden t időpillanatban meghatározott az $s'(t)$ sebessége, amelyik lehet nulla, vagy nem nulla; azaz minden időpillanatban létezik a nyíl sebessége. (5)fizika

(7) Ha a nyíl minden t időpillanatban van valahol, és az út-idő függvénye deriválható, akkor abból, hogy valamely t_1 időpillanatra $a = s(t_1)$ nem következik, hogy $0 = s'(t_1)$. (1) (4)

A newtoni fizika megoldása csak akkor vitatható, csak akkor pusztán egy a lehetséges megoldási javaslatok közül, ha vitatható, hogy a nyíl minden t időpillanatban van valahol vagy az út-idő függvénye deriválható. Utóbbi kérdésben a fizika kompetens, a filozófia illetékességi köre arra korlátozódik, hogy a nyíl minden t időpillanatban van valahol. Megkérdőjelezhető-e ez utóbbi álláspont? Úgy gondolom nem, és ezért a klasszikus fizika megoldása sem kérdőjelezhető meg.[4]

Mindebből az következik, hogy a nyíl paradoxon nem bizonyítja a mozgás ellentmondásos mivoltát, és föltéve, hogy az ellentmondásos fogalmak terjedelme üres, nem cáfolja meg a mozgás tulajdonságának létét. Ha valami rejtély a mozgással kapcsolatban, akkor az, hogy több mint háromszáz évvel Newton után miért ismételgeti ezt sok kortárs filozófus.

Addendum a nyíl paradoxonhoz

1. Van-e tapasztalati bizonyíték arra, hogy a nyílnak minden egyes időpillanatban van sebessége? Igen van. Helyezzünk apró mágnest a nyílvesszőre, majd mozgassuk át egy kellően nagy átmérőjű indukciós tekercsen (solenoid), és oszcilloszkópon figyeljük meg az indukált feszültség jelleggörbéjét. Látni fogjuk, hogy miközben a nyílvessző mozog a solenoid belsejében, folyamatosan feszültséget mérünk, aminek az oka, a nyíllal együtt mozgó mágnes. Ezzel igazoltuk, hogy a mozgó nyílnak folyamatosan (minden időpillanatban) van sebessége.
2. Milyen következményei lennének az idő és tér atomos szerkezetű feltételezésének? A távolság fogalmát nem tudnánk a szokásos módon, egyértelműen meghatározni; a sebesség változása

[4] A mozgás kérdése ugyanakkor átvezethet bonyolult, csak szűk kör számára érthető matematikai elméletek bemutatásához. V.ö. ezzel kapcsolatban Benedek 2002.

esetén pedig diszkrét időben más sebesség adódna az előző, és más a következő idő atom figyelembe vételével, azaz a sebesség a test pillanatnyi helyzetére vonatkoztatva nem lenne egyértelmű. Talán mindkét probléma orvosolható valamilyen módon, de a probléma jelentkezése világosan mutatja, hogy a klasszikus szemlélet mennyire indokolt és jól megalapozott.

Kitekintés

Kiegészítés angolul tudóknak. Az alábbiak különféle álláspontokat reprezentálnak, van, amivel egyetértek, van, amivel nem, de az utóbbiak is érdekesek és tanulságosak:

S. Marc Cohen

Zeno's Paradox of the Arrow (S. Marc Cohen) [5] A reconstruction of the argument (following 9=A27, Aristotle Physics 239b5-7:

1. When the arrow is in a place just its own size, it's at rest.
2. At every moment of its flight, the arrow is in a place just its own size.
3. Therefore, at every moment of its flight, the arrow is at rest.

Aristotle's solution:
The argument falsely assumes that time is composed of „nows" (i.e., indivisible instants).
There is no such thing as motion (or rest) „in the now" (i.e., at an instant).
Weakness in Aristotle's solution: it seems to deny the possibility of motion or rest „at an instant." But instantaneous velocity is a useful and important concept in physics:
The velocity of x at instant t can be defined as the limit of the sequence of x's average velocities for increasingly small intervals of time containing t.
In this case, we can reply that if Zeno's argument exclusively concerns (durationless) instants of time, the first premise is false: „x is in a place just the size of x at instant i" entails neither that x is resting at i nor that x is moving at i.
Perhaps instants and intervals are being confused.
„When?" can mean either „at what instant?" (as in „When did the concert begin?") or „during what interval?" (as in „When did you read War and Peace?").

[5] https://faculty.washington.edu/smcohen/320/ZenoArrow.html

1a. At every instant at which the arrow is in a place just its own size, it's at rest. (false)

2a. At every instant during its flight, the arrow is in a place just its own size. (true)

1b. During every interval throughout which the arrow stays in a place just its own size, it's at rest. (true)

2b. During every interval of time within its flight, the arrow occupies a place just its own size. (false)

Both versions of Zeno's premises above yield an unsound argument: in each there is a false premise: the first premise is false in the „instant" version (1a); the second is false in the „interval" version (2b). And the two true premises, (1b) and (2a), yield no conclusion.

A final reconstruction

In this version there is no confusion between instants and intervals. Rather, there is a fallacy that logic students will recognize as the „quantifier switch" fallacy. The universal quantifier, „at every instant," ranges over instants of time; the existential quantifier, „there is a place," ranges over locations at which the arrow might be found. The order in which these quantifiers occur makes a difference! (To find out more about the order of quantifiers, click here.) Observe what happens when their order gets illegitimately switched:

(1c) If there is a place just the size of the arrow at which it is located at every instant between t_0 and t_1, the arrow is at rest throughout the interval between t_0 and t_1.

(2c) At every instant between t_0 and t_1, there is a place just the size of the arrow at which it is located. We will use the following abbreviations:

$L(p, i)$:=The arrow is located at place p at instant i

R :=The arrow is at rest throughout the interval between t_0 and t_1

The argument then looks like this:

(1c) If there is a p such that for every i, $L(p, i)$, then R.

$\exists p \forall i L(p, i) \to R$

(2c) For every i, there is a p such that: $L(p, i)$.

$\forall i \exists p L(p, i)$

But (2c) is not equivalent to, and does not entail, the antecedent of (1c):

There is a p such that for every i, $L(p, i)$

$\exists p \forall i L(p, i)$

The reason they are not equivalent is that the order of the quantifiers is different. (2c) says that the arrow always has some location or other („at every instant i it is located at some place p") – and that is trivially true as long as the arrow exists! But the antecedent of (1c) says there is some location such that the arrow is always located there („there is some place p such that the arrow is located at p at every instant i") – and that will only be true provided the arrow does not move! So one cannot infer from (1c) and (2c) that the arrow is at rest.

The Arrow and Atomism

Although the argument does not succeed in showing that motion is impossible, it does raise a special difficulty for proponents of an atomic conception of space. For an application of the Arrow Paradox to atomism, click here.

Chris Mortensen

Mortensen, Chris, „Change and Inconsistency", The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Winter 2016 Edition), Edward N. Zalta (ed.), `URL=<https://plato.stanford.edu/archives/win2016/entries/change/>`.

Kiemelek az érdekes tanulmányból két erősen vitatható pontot:

7p. If the cars's position function f is given by, say, $f(t) = t^2$, then its speed is $2t$. If motion is defined as having non-zero speed, then the car is motionless at $t = 0$. On the other hand, at all it is in motion, so there is surely no puzzle about when it could ever begin: there is no first instant of motion. Az egyenletek a dimenziók figyelembe vételével hibásak: az idő négyzete nem távolság, az idő konstanssal szorozva nem sebesség. Helyesen: $f(t) = 1/2 \times a \times t^2$('$a$' a gyorsulás mértéke), a sebesség (v) pedig $v = a \times t$.

8p. However, there are more troublesome special cases. Suppose that the car's position function is given by: $f(t) =$ for all $0 < t$, else $f(t) = t$. Then speed is zero for all $t < 0$, and speed is 1 for all $t > 0$. But what of? Helyesen $f(t) = v \times t$, és $v = 1m/sec$ A válasz: 1, mivel a függvény értelmezett a 0 helyen, tehát ott derivált értéke is van.

Casey D. McCoy

McCoy, Casey D. (2018). On Classical Motion. Philosophers' Imprint 18.

Abstract: The impetus theory of motion states that to be in motion is to have a non-zero velocity. The at-at theory of motion states that to be in motion is to be at different places at different times, which in classical physics is naturally understood as the reduction of velocities to position developments. I first defend the at-at theory against the criticism raised by Arntzenius that it renders determinism impossible. I then develop a novel impetus theory of motion that reduces positions to velocity developments. As this impetus theory of motion is by construction a mirror image of the at-at theory of motion, I claim that the two theories of motion are in fact epistemically on par-despite the unfamiliar metaphysical picture of the world furnished by the impetus version.

Angie Hobbs

Professor Angie Hobbs moves on to describe The Arrow paradox, which is perhaps the most challenging of all Zeno's paradoxes. `https://youtu.be/IPNttsu8x24` So, onto the arrow Aristotle says that all the Zeno's paradoxes denying the possibility of motion present problems to those, who try to solve them and I think, we're going to find this is particularly true about the arrow. So, according to Aristotle, Zeno claims that the flying arrow is at rest. Notice just how paradoxical this is. The air has already got to be in motion. It's got to be flying for the paradox to work. If you said the motionless arrow is motionless, that's not a paradox. It's the fact, it's the flying arrow is at rest that's, what makes this so particularly tricky. Now Aristotle says that this only works paradox, only works, he claims, if you regard time as composed of nows'. In the Greek 'ecto nuna nuna' being the word for now', and that, if you don't regard time like this, the paradox doesn't follow. So we're going to first of all construct a paradox, but then, we're going to have to ask do we have to regard time as composed of now', what does now noon' mean, and the Greek, anyway but first let's see how we know constructed this arrow paradox, at least as according to Aristotle. And don't forget we don't have Xena's book of 40 paradoxes, we just have a few of them paraphrased, interpreted outlined, we don't quite know what in later writers, such as Aristotle.

So first of all premise 1:

*(1) Anything occupying a place just its own size is at rest.

**(2) In the present, in the now the noon, what is moving occupies a place just its own size.

(3) In the present what is moving is at rest. (1)(2)

***(4) For what is moving always moves in the present.

Conclusion:

***(5) What is moving is always throughout its movement at rest. (3)(4)

Okay, so the claim is that, everything is at rest for any temporal interval, during which it occupies a place equal to itself. But one might counter, this is only true, if the thing in question, say the arrow, occupies the same place for that stretch of time. The moving arrow clearly doesn't do this, it does not occupy the same place for that stretch of time. But what if time were not infinitely divisible, as in the dichotomy and Achilles and the tortoise. But finitely divisible into indivisible minimal indivisible chunks, wouldn't the arrow then be trapped in one indivisible chunk of time, and therefore in the same place for this indivisible chunk, and therefore motionless. And if you're meant to regard the entire flight of the arrow is composed of these indivisible chunks, then the arrow would be motionless throughout its flight, just as we know claims. So problems arise, if we think of time as composed of mouths of periods with a dimension as tiny indivisible chunks of time. So let's suppose that time is after all infinitely divisible, and that now refers to a moment a dimensionless instant now. At first glance this would seem to give us a way out, as we can say okay, admittedly you can't tell whether the arrow is moving or not moving at any one dimensionless moment, because you would need reference to at least two dimensionless moments to work out whether the arrow has proved, but this does not mean that, you can say that the arrow is not moving throughout its flight, because the flight is not a composed of a series of dimensionless moments. No stretch of time is composed of a series of moments any more, than a line in space is composed of it's dimensionless points. This looks more promising. We've got the moving arrow moving again, but we still have a huge problem on our hands, and it concerns the nature of time, because: when exactly does the moving arrow move, if the present then now is simply a dimensionless moment. What is the present, if it's simply a dimensionless dividing line between past and future? When does the arrow possibly move, maybe we can only ever say that the arrow has moved and not that it is moving now. So problems arise with the arrow paradox whether we think of time as finitely or infinitely divisible, and if time exists, it must be one or the other. So maybe time doesn't exist just the xenos master Parmenides had originally claimed.

Javasolt irodalom:

- András Ferenc (1987) *Pomádé király új ruhája.* Beszélő szamizdat. 1987/4, 22. szám, Évfolyam 1, Szám 23, Láng Ilona álnéven. Újra nyomtatva a Beszélő összkiadásban 1987-1989 (1992) AB-Beszélő Kiadó, III. pp.127-136.
- Benedek András (2002) „*Válasz Zénónnak?*" in. Tudomány és történet szerk.: Forrai Gábor – Margitay Tihamér Typotex, Budapest.
- Boccardi, Emiliano (2019). *Change and Contradiction: A Criticism of the Hegelian Account of Motion.* In Rodrigo Freire Edgar Almeida & Alexandre Costa-Leite (eds.), Seminário Lógica no Avião. Brasilia: Universidade de Brasilia.:135-148.
- Bognár Gergely (2021). Megoldotta-e a fizika Zénón paradoxonjait? *Fizikai Szemle* 2021 / 7–8.
- Faris, John Acheson (1996). *The Paradoxes of Zeno* (Avebury Series in Philosophy). Avebury.
- Fearn, Nicholas (2011) *Zénón és a teknősbéka – Avagy hogyan gondolkodjunk úgy, mint egy filozófus?* Bp., Akadémiai Kiadó.
- Hager, Paul (1987). Russell and Zeno's Arrow Paradox. *Russell: The Journal of Bertrand Russell Studies* 7 (1):3.
- McCoy, Casey D. (2018). On Classical Motion. *Philosophers' Imprint* 18.
- Mészáros Milán – Molnár Pál (1986) *Az ellentétek ontológiája a mechanikai mozgás leírásában.* Magyar Filozófiai Szemle XXX.: 475-494.
- Ruzsa Imre (1966) *A matematika néhány filozófiai problémájáról.* Bp., Tankönyvkiadó.
- Sainsbury, Richard Mark (2012) *Paradoxonok.* ford. Csaba Ferenc, Bp.,Typotext.
- Salmon, Wesley Charles (ed.) (1970). *Zeno's Paradoxes.* Indianapolis, IN, USA: Bobbs-Merrill.