

# Fizika és metafizika III.

A piszkavasat tűzbe tesszük

András Ferenc

2017. október 29.

## Bevezetés

A piszkavasnak fontos filozófiatörténeti jelentősége van. Állítólag ezzel ijesztgette Ludwig Wittgenstein Karl Poppert egy nyilvános előadáson érveinek nagyobb nyomatékot adandó.

1946. október 25-én Karl Poppert meghívták előadni a „Léteznek-e filozófiai problémák?” c. cikkéről a Cambridgei Erkölcs-filozófiai Tudományok Klub találkozóján, aminek Ludwig Wittgenstein volt az elnöke. Ezek ketten hevesen vitatkozni kezdtek, hogy valóban léteznek-e alapvető filozófiai kérdések, vagy csupán nyelvi rejtvényekből áll a filozófia – utóbbit Wittgenstein képviselte. Wittgenstein egy piszkavassal hevesen gesztikulálva bizonygatta igazát a mind hevesebbé váló vitában. Végül Wittgenstein Poppernek szögezte a kérdést: mondjon nekem csak egyetlen bizonyos morálfilozófiai tételt! Popper így felelt: „Nem illik a vendég előadót piszkavassal ijesztgetni!” Erre Wittgenstein lecsapta a piszkavasat és elviharzott. A történet pikantériájához tartozik, hogy miközben számos szemtanúja volt a történeteknek, és a közönség olyan híres filozófusokból állt, mint Bertrand Russell, akik mindenki másnál többet tudnak az igazság természetéről, senki sem biztos abban, hogy mi történt. Van, aki szerint így történt, van, aki szerint Wittgenstein nem fogott a kezébe semmiféle piszkavasat, van, aki szerint a replikát csak utólag találta ki Popper.

Utóbb könyvet is írtak a mókás esetről.<sup>1</sup> Ennél fontosabb, hogy Bertrand Russell a piszkavas időbeli melegedési függvényével próbálta az időbeli változás fogalmát bemutatni vitapartnerének, McTaggartnak. McTaggart képtelen volt fölfogni a modern matematikai-fizika szemléletmódját

---

<sup>1</sup>David Edmonds, John Eidinow, „Wittgenstein’s Poker: The Story of a Ten-Minute Argument Between Two Great Philosophers” (2002) a könyv ismertető a netről van.

– nem volt egyedül, ma se lenne egyedül – Russell viszont nem értette meg, hogy mi a filozófiai probléma az idő fogalmával. Mi most kicsit alaposabban megvizsgáljuk ezt a piszkavas kérdést – az időt most békén hagyjuk, múljon csak kedvére. Hogy is van ez a melegedés? És hogy lehetne ezt leírni egyszerű, de mégis precíz matematikai nyelvezettel, és modellálni egy véges automatával? Utóbbi modellt a későbbiekben a „szükségszerűség” fogalma explikálására fogom fölhasználni.

## Példa 2.

Tegyük fel, hogy a kályha, amelyben piszkavasat melegítjük, a folyamatos energiatermelés miatt végtelen hőkapacitásúnak tekinthető (a piszkavashoz képest), azaz állandó hőmérsékletű a kölcsönhatás során. Ekkor a piszkavas melegedése a  $T(\Delta t) = T_0 - T_1 \times e^{-k \times \Delta t}$  képlettel írható le, ahol:  $T$  a piszkavas pillanatnyi hőmérséklete,  $T_0$  a kályha belső hőmérséklete – ez egyben a piszkavas környezete amikor a tűzbe tesszük –  $T_1$  a piszkavas kezdeti hőmérséklete,  $k$  a piszkavas hőtani, felületi és a környezet hővezetési adataiból alakuló állandó,  $\Delta t$  a kölcsönhatás kezdetétől eltelt idő, és 'e' az Euler féle szám.<sup>2</sup>

$$(1) T(\Delta t) = T_0 - T_1 \times e^{-k \times \Delta t}$$

A piszkavas fokozatosan melegszik föl egy maximális értékre, miután a tűzbe tettük. Vannak hatások, amelyek egy kísérleti elrendezésre azonnal hatnak, más rendszerekre a környezet fokozatosan fejti ki hatását. Ezt a különbséget az analóg automaták (fekete dobozok) két csoportja fejezi ki: a nem tárolós illetve a tárolós átviteli tagok. Előbbiekben a hatás – a bemeneti jel – késleltetés nélkül áthalad, az utóbbiakon viszont időben eltolva, és csak fokozatosan érvényesül a hatása. Magát a jelenséget különböző pontossággal írhatjuk le. Ábrázolhatjuk a valós számok tartományán analóg jellel, vagy az egész számok, vagy hányadosaik tartományán, digitális jellel. Ezt a két lehetőséget mutatja a piszkavas alábbi melegedési grafikonja (1. ábra).

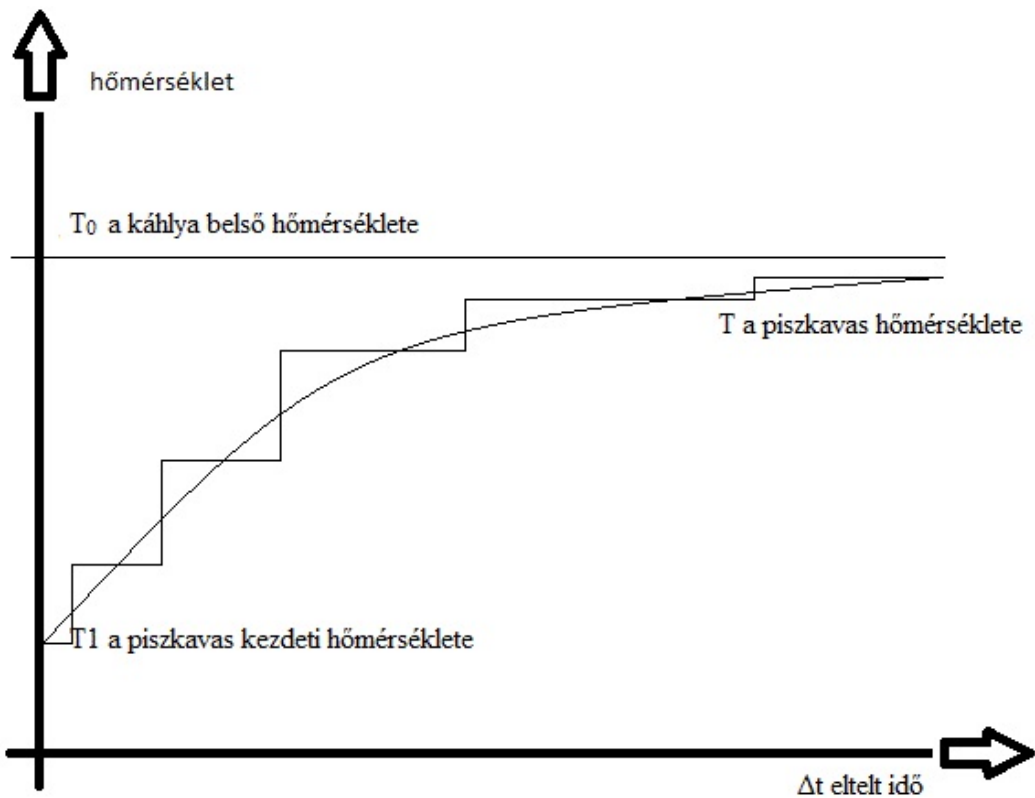
## A példa filozófiai vonatkozásai

A piszkavas melegedése számos érdekes filozófiai kérdést vet föl:

1. Miközben fölforrósodik, megváltozik a színe – a vége izzani kezd – és mivel kitágul, kis mértékben az alakja is megváltozik. Miért mondjuk mégis, hogy eközben megtartja önazonosságát, hiszen mások a tulajdonságai hidegen, mint forró, izzó állapotban? Egyáltalán

---

<sup>2</sup>A kísérlet fizikai magyarázatáért köszönettel tartozom Zimmermann Pál fizikusnak.



1. ábra. piszkavas melegedés

le lehet ezt a változást ellentmondásmentesen írni? Mi a piszkavas, van-e benne valami állandó, miközben változik?

2. A piszkavasnak az a tulajdonsága, hogy fokozatosan melegszik és hűl le, nem pedig azonnal, késedelem nélkül, nem alkalmi, esetleges tulajdonsága a piszkavasnak, hanem minden esetben ez történik vagy történné. Még akkor is, ha soha nem tesszük a piszkavasat a tűzbe. Ezt a hitünket úgy is kifejezhetjük, hogy *szükségszerűen igaz*, hogy a piszkavas, mint fekete doboz, vagy mint automata, tárolós átviteli tagot képvisel.
3. Mit jelent a lehetőség' és szükségszerűség' a piszkavas melegedése esetén? Vajon csak az a lehetőség a piszkavas melegedését vagy kihűlését számba véve, ami valamikor bekövetkezik, vagy a lehetőség ennél többet jelent?

Számtalan módon fölmelegedhet és lehűlhet a piszkavas attól függően, hogy milyen meleg a kályha, de nem bármilyen módon. Ezért számtalan, az ábrához hasonló függvénygörbe írja le a piszkavas összes lehetséges melegedését és lehűlését, de nem bármilyen görbe. A görbe meredekségét korlátozza a piszkavas tömege és anyagminősége. Hogy ne akadályozzanak a matematikai végtelennel kapcsolatos nehézségek, a piszkavas melegedését és lehűlését, azaz a piszkavas tör-

ténetét közelítő pontossággal, lépcsőzetes grafikonokkal írjuk le, és az időnek csak egy véges  $T$  tartományával foglalkozunk. Így is nagyon nagyszámú lesz a piszkavas összes lehetséges hőmérsékleti grafikonja, de nem végtelen, mert az időt is diszkrét időpontok, ütemek sorozataként fogjuk fel. Ez lehetővé teszi, hogy a piszkavasat ne csak analóg automatákkal, hanem diszkrét időben működő és csak véges sok állapotú, véges automatákkal is szimulálhatjuk.

## Modális fogalmak egy alternatív értelmezése

A piszkavas összes lehetséges melegedési vagy kihülési függvényét jelölje  $\Psi$ , ennek egy eleme a piszkavas valóságos történetét leíró  $\varphi_{\text{reality}}$  függvény, amelyet azonban csak részben, a jelen pillanatig ismerünk.  $\Psi$  létezik, mivel (1) egyenlet alapján meghatározható, ugyanis véges  $T$  tartományra, az egyszerűsítő feltételek mellett, minden eleme a megadott képlet alapján kiszámolható. (A számítást gép is elvégezheti.) A jelen pillanatig tartó  $\varphi_0$  függvény – a piszkavas eddigi melegedése vagy kihülése – azonban szintén eleme  $\Psi$ -nek, mert egy a lehetséges függvények közül.  $\Psi$ -nek azt a szűkítést, amelyik pontosan azokat a függvényeket tartalmazza, melyek a jelen időpontig megegyeznek a piszkavas történetével, utána viszont az összes lehetséges melegedési vagy kihülési függvényt tartalmazzák,  $\Psi^{w_0}$ -val jelölöm.  $\varphi_0$  a jelen időpontig tartó szelete  $\phi_{\text{reality}}$  függvénynek. Lehetőség a jelen időpontban egy olyan  $\varphi_i$  függvény, amelyik eleme  $\Psi^{w_0}$ -nek. Mind  $\Psi$ , mind  $\Psi^{w_0}$  a megadott fizikai képlet alapján meghatározható az egyszerűsítő feltevések mellett. Tömören összefoglalva mindezeket a halmazelmélet nyelvén így fejezhetjük ki, ahol  $t_0 :=$  jelen-időpont,  $w_0$  pedig a  $t_0$  időponthoz tartozó piszkavas állapot:

$$(2) \Psi^{w_0} \subseteq \Psi \text{ és } \varphi_0 \in \Psi^{w_0} \text{ és } \varphi_{\text{reality}} \in \Psi$$

$$(3) |\text{Lehetséges}(\varphi_i)|_{t_0} := \varphi_i \in \Psi^{w_0}$$

Figyeljük meg jól, hogy ebben a felfogásban lehetőség az, ami valamilyen környezeti hatást feltételezve levezethető a piszkavas melegedési egyenletéből, szükségszerűen igaz pedig az a piszkavasra vonatkozó fizikai kijelentés, amelyik a melegedési egyenlet alapján az összes lehetséges környezeti hatás esetén is igaz. A piszkavas melegedési egyenletét azonban valamiképp logikai nyelven kell megfogalmaznunk, hogy szabatos filozófiai állításokat tehessünk. Erre szolgál a piszkavas viselkedését szimuláló véges automata modell. Ilyen módon fogom visszavezetni a piszkavasra vonatkozó némely fizikai kijelentés szükségszerű igazságát a piszkavas tulajdonságaira. Hiszen szükségszerű, hogy a piszkavas késleltetve melegszik föl, és késleltetve hűl le. Ennek

megértéshez nem kell a lehetséges világokban létező hasonló piszkavasokban hinnünk, ahogy David Lewis állítja.

## Véges automata modell

Az 1. ábra mutatja, hogy miképpen lehet lépcsőzetes felbontással közelíteni egy folyamatosan változó mennyiséget. Egyszerűsítsük le a példát annyira, hogy a piszkavasnak csak három különböző hőmérséklete legyen: hideg, meleg vagy forró. Tegyük fel, hogy csak két féle környezetben vizsgáljuk, éjjel, vagy nappal. Nappal hidegen vagy langyosan fekete a színe, viszont éjjel ekkor láthatatlan. Ha forró, akkor mind éjjel, mind nappal, vörös a színe. Ezek után legyen adott egy Mealy féle véges, determinisztikus automata, amelyik a piszkavas viselkedését szimulálja: ha tűzbe tesszük és előtte hideg volt, akkor előbb langyos lesz, majd utána forró. Ha kivesszük a tűzből, akkor fokozatosan hűl le. Az automata belső állapotának a piszkavas hőmérsékletét tekintem, kimeneti állapotának pedig a színét. A Mealy féle véges automaták alap gondolata a következő:

- (i) Az automata (Finite-state machine) mindig egyértelmű, meghatározott állapotban van, és csak véges sok állapotot vehet föl. Az automata diszkrét időben működik. Az idő atomokat olykor ütemeknek hívom. A matematikai nehézségeket csökkentendő, az atomos szerkezetű idő egy véges  $T$  tartományában vizsgálódunk.
- (ii) A belső állapotok halmaza  $A$ , a bemeneti állapotoké  $X$ , a kimeneti állapotoké  $Y$  véges halmaz. Az automata kimeneti állapotát vizsgáljuk, amelyet a belső állapot és a bemenet egyértelműen meghatároz. Felfogásunkban egy kimenet nélküli automata értelmetlenség, mert anélkül nincs amit vizsgálunk, nincs, amit mérünk, az automata láthatatlan.<sup>3</sup>
- (iii) Adott belső állapotra és bemeneti állapotra az automata a következő ütemben a következő belső állapotba kerül. Az összes lehetséges állapot-átmenetet az  $\delta$  függvény írja le:  
  
következő-belső-állapot =  $\delta$ (jelenbeli-belső-állapot és bemeneti állapot)
- (iv) Adott belső állapotra és bemeneti állapotra az automata egyidejű kimeneti állapotba kerül. Az összes lehetséges kimeneti állapot-választ a  $\lambda$  függvény írja le:

---

<sup>3</sup>Hilary Putnam ezzel szemben megenged kimenet nélküli véges automatákat is, lásd: Hilary Putnam, Repräsentáció és valóság, (2000) Osiris-Gond, Budapest Érdemes ezzel összevetni David J. Chalmers (1996) álláspontját: Does a Rock Implement Every Finite-State Automaton? Synthese, 108:309-33 <http://consc.net/papers/rock.html> A másik probléma, hogy a véges automaták, mint matematikai idealizációk, tökéletesen működnek és örökké léteznek. Ennek semelyik valóságos fizikai tárgy nem felel meg, tehát pont az ellenkezője igaz annak, amit Putnam állít: semelyik fizikai tárgy nem valósítja meg tökéletes pontossággal semelyik absztrakt automatát.

kimeneti-állapot =  $\lambda$ ( jelenbeli-belső-állapot és bemeneti állapot)

(v) Ezek alapján a véges automata egy  $M = \langle A, X, Y, \delta, \lambda \rangle$  rendezett ötös (quintuple).

Az automatának a bemeneti és kimeneti állapotáról beszélek, és nem jelekről, bár a kettő lényegében ugyanazt jelenti. A szóhasználat eltérése abból adódik, hogy mire, milyen célra használjuk az automatát. Matematikai-számítástudományi alkalmazások ‘jel’-ről beszélnek, én filozófia szempontból az ‘állapot’ terminus használom.

Egyszerű táblázatokkal adom meg az automatát meghatározó belső állapot ( $\delta$ ) és kimeneti állapot (kimeneti jel) ( $\lambda$ ) függvényt. A felső sor a belső állapotokat, a bal oldali oszlop, a bemeneti állapotokat (jeleket) tartalmazza. A bemeneti állapot jelen esetben, hogy milyenek a fényviszonyok – nappal van vagy éjjel – és milyen távol van a piszkavas a tűztől: tűzben, közel, távol. Belső állapotnak a piszkavas hőmérsékletét tekintem. Finomabb felbontással is dolgozhatnánk, de akkor sokkal bonyolultabb lenne a táblázat, és a lényegen nem változtatna.

1. táblázat

$\delta$	forró	meleg	hideg
tűzben,éjjel	forró	forró	meleg
közel,éjjel	meleg	meleg	meleg
távol,éjjel	meleg	hideg	hideg
tűzben,nappal	forró	forró	meleg
közel,nappal	meleg	meleg	meleg
távol,nappal	meleg	hideg	hideg

2. táblázat

$\lambda$	forró	meleg	hideg
tűzben,éjjel	vörös	vörös	láthatatlan
közel,éjjel	láthatatlan	láthatatlan	láthatatlan
távol,éjjel	láthatatlan	láthatatlan	láthatatlan
tűzben,nappal	vörös	vörös	fekete
közel,nappal	fekete	fekete	fekete
távol,nappal	fekete	fekete	fekete

Figyeljük meg a modell szemléletmódját. Nem a tényleges állapotok az elemei az  $A, X, Y$  halmazoknak, hanem a lehetséges állapotok. A függvények nem tényleges állapot változásokat, átmeneteket írnak le, hanem lehetséges átmeneteket. A tényleges állapotokat és átmeneteket csak a modell időben létező, működő verziója mutatja a kibertérben, illetve kiszámolhatjuk a táblázatok alapján, ha ismerjük bemeneti állapotokat. A statikus szöveg világában a modell nem

változik, nem él, nem reagál hatásokra. Viszont megadja, meghatározza, az összes lehetséges átmenetet, az összes lehetséges bemeneti állapotra (jelre). Ez a filozófiai alapja a modalitások szimulációjának. A modellek működő verziói letölthetőek a netről:

<http://ferenc.andrasek.hu/modellek/poker-hu.xls>

<http://ferenc.andrasek.hu/models/poker-en.xls>

## A lehetséges világok és az alternatíva reláció meghatározása

Egy  $M = \langle A, X, Y, \delta, \lambda \rangle$  automatának csak véges sok a  $\delta$  és  $\lambda$  függvények által meghatározott különböző állapota van. Egy ilyen  $w_i$  állapot az egyazon időpontban összetartozó bemeneti, belső és kimeneti állapotok címkéje. Ezen címkék véges halmaza:  $W = \{w_0, w_1, w_2, \dots, w_i, \dots\}$ . Az automata jelenbeli állapota  $\langle t_0, w_0 \rangle$ , az automata egy  $t_i$  időponthoz tartozó állapotleírása  $\rho(t_i, w_i)$ , ahol ' $w_i$ ' egy név – egy címke – ' $t_i$ ' egy időpont, míg ' $\rho(t_i, w_i)$ ' egy mondat, amely leírja  $M$  automata bemeneti, belső és kimeneti állapotát  $t_i$  időpontban.

Az  $M$  automata definíciója meghatároz kétfajta bináris relációt. A definíciók az alábbiak:

(D1)  $A_M(w_i, w_j) := x_i$  bemeneti jellemző  $x_j$ -re való változásának hatására  $M$  automata  $w_i = \langle x_i, a_i, y_i \rangle$  állapotból  $w_j = \langle x_j, a_j, y_j \rangle$  állapotban kerül, ahol:

$$x_i, x_j \in X, a_i, a_j \in A, y_i, y_j \in Y, a_j = \delta(x_i, a_i), y_j = \lambda(x_j, a_j)$$

(D2)  $R_M(\langle t_1, w_1 \rangle, \langle t_2, w_2 \rangle) := t_2 = t_1 + 1$  és  $A_M(w_1, w_2)$

Szavakkal kifejezve:  $R_M(\langle t_1, w_1 \rangle, \langle t_2, w_2 \rangle)$  pontosan akkor, ha az automata  $t_1$ -ben lévő  $w_1$  állapotából kiindulva van olyan bemeneti állapot, hogy az automata a következő  $t_2$  időpontban  $w_2$  állapotba kerül.

Nevezzük az  $\langle$ időpont, állapotnév $\rangle$  párokat 'lehetséges világnak' vagy 'lehetséges állapotnak' vagy 'helyzetnek', és mondjuk azt, hogy  $\langle t_i, w_i \rangle$  lehetséges világnak  $\langle t_j, w_j \rangle$  az alternatívája pontosan akkor ha  $R_M(\langle t_1, w_1 \rangle, \langle t_2, w_2 \rangle)$ . Legyen egy olyan fizikailag létező véges automatánk, melynek a matematikai modellje  $M$ . Vegyük az  $M$ -hez tartozó lehetséges világok összes olyan sorozatát, ahol a sorozat egymást követő tagjai rendre egymás alternatívái. Tehát ha  $\langle t_1, w_1 \rangle$  után  $\langle t_2, w_2 \rangle$  következik, akkor  $R_M(\langle t_1, w_1 \rangle, \langle t_2, w_2 \rangle)$ .

Mivel korábbi feltevésünk szerint  $T$  – az időpontok halmaza – véges, ezért az összes lehetséges világok (lehetséges állapotok) száma is véges. Az összes sorozat tartalmazza az automata összes

lehetséges állapotváltozását, másképp mondva átmenetét az egyik lehetséges világból a másikba  $T$  időtartományon belül. A lehetséges világok halmazát  $\Psi$ -el jelölöm.  $\Psi$  tehát az automata összes lehetséges állapotváltozását, összes lehetséges történetét tartalmazza. A lehetséges világok között lesz egy és csak egy olyan  $\varphi_{\text{reality}}$  sorozat, hogy minden  $\langle t_i, w_i \rangle$  szituáció pontosan akkor a tagja  $\varphi_{\text{reality}}$  sorozatnak, ha az automata  $t_i$  időpontban  $w_i$  állapotban van, formális nyelven:  $\rho(t_i, w_i)$ .  $\varphi_{\text{reality}}$  sorozat tehát  $M$  fizikailag létező automata  $T$  időbeli valóságos történetét tartalmazza, és nyilván  $\varphi_{\text{reality}} \in \Psi$ .  $\varphi_{\text{reality}}$  sorozat két részre bontható. Az első része az automata kezdeti állapotától a jelenbeli állapotáig tart – jelölje ezt  $\varphi_0$  – a sorozat második része az automata jövőbeli állapotait tartalmazza. (A jövőbeli állapotokat – a bemenet nélküli generátorokat kivéve – nem ismerjük, a jelenbeli vagy régebbi állapotokat részben vagy teljesen ismerhetjük.) Vegyük  $\Psi$  halmaz olyan  $\Psi^{w_0}$  szűkítését, amelyik az automata összes olyan és csak olyan történetét tartalmazza, amelyik a jelen időpontig megegyezik  $M$  automata tényleges történetével, azaz  $\varphi_0$ -al. Nyilvánvalóan  $\Psi^{w_0} \subseteq \Psi$  és  $\varphi_0, \varphi_{\text{reality}} \in \Psi^{w_0}$ . A  $\Psi^{w_0}$  és  $\Psi$  halmazok elemeit alkotó  $s \in \Psi^{w_0}$  vagy  $s \in \Psi$  állapotok leírása  $\rho(s)$  mondat. Most már rendelkezésünkre állnak azok a fogalmak, melyekkel meghatározhatjuk a lehetőség és szükségszerűség fogalmát az automaták világában.

### Lehetőség és szükségszerűség a véges automaták világában

Mivel a véges automatáknak csak véges sok állapota van, és az atomos szerkezetű idő egy véges  $T$  tartományán vizsgáljuk a működésüket, ezért a kvantorok többszörös konjunkciónak vagy alternációnak tekinthetők, következésképpen ezek az automaták leírhatóak a kijelentés kalkulus nyelvén. Legyen  $L$  a véges automatákat leíró nulladrendű nyelv (kijelentéskalkulus).  $L$  nyelv atomi mondatai  $M$  véges automata állapotleírásai, molekuláris mondatai az atominak tekintett állapotleírásokból logikai konnektívumokkal képzett mondatok. A nulladrendű nyelvek negációteljesek, azaz megadható hozzájuk atomi mondatok egy olyan  $G$  halmaza, hogy bármely formulájuk, vagy a formula tagadása, levezethető a  $G$  halmazból. Ezek alapján  $L$  nyelv valamely  $x$  nevű mondata igaz pontosan akkor, ha az  $x$  nevű mondat levezethető  $G$ -ből.

Legyen  $L \langle A, X, Y, \delta, \lambda \rangle$  az automata működési leírása  $L$  nyelven,  $\rho(\varphi_{\text{reality}})$  egy  $M = \langle A, X, Y, \delta, \lambda \rangle$  automatára vonatkozó  $L$  nyelvű atomi vagy molekuláris mondat,  $\rho(\varphi_{\text{reality}})$  pedig az a mondat, amelyik leírja az automata tényleges történetét  $L$  nyelven. Ekkor bevezetjük az alábbi meghatározásokat. A meghatározások a modális fogalmakat metanyelvi predikátumként kezelik, azért



az argumentumukban mondat nevek szerepelnek.:

(D4)  $|\Diamond^{\ulcorner p \urcorner}|_{w_0} := \exists s(s \in \Psi^{w_0} \& (L_{\langle A, X, Y, \delta, \lambda \rangle} \cup \{\rho(s)\} \vdash p))$  ahol ‘ $\vdash$ ’ a logikai levezethetőség jele.

(Valamely  $M$  automatáról szóló  $p$  mondat lehetséges, hogy igaz a jelenben pontosan akkor, ha az automata definíciójából valamely  $s \in \Psi^{w_0}$  mondat segítségével levezethető.)

(D5) Igaz  $-\ulcorner p \urcorner := (L_{\langle A, X, Y, \delta, \lambda \rangle} \cup \rho(\varphi_{\text{reality}}) \vdash p)$

(Valamely  $M$  automatáról szóló mondat igaz  $\varphi_{\text{reality}}$  történetben pontosan akkor, ha az automata definíciójából  $\varphi_{\text{reality}}$  állapot sorozat segítségével levezethető.)

(D6)  $|\Box^{\ulcorner p \urcorner}|_{t_0} := \forall s(s \in \Psi^{w_0} \rightarrow (L_{\langle A, X, Y, \delta, \lambda \rangle} \cup \{\rho(s)\} \vdash p))$

(Valamely  $M$  automatáról szóló mondat szükségszerűen igaz a jelenben pontosan akkor, ha az automata definíciójából bármely  $s \in \Psi^{w_0}$  mondat segítségével levezethető.)

A fenti meghatározások szerint csak egy jövőbeli esemény lehet kontingens, a jelen és a múlt szükségszerű. Ez azért van így, mert az automata működés szempontjából a múlt és a jelenbeli állapot megváltoztathatatlan, csak a jövő nyitott. Viszont az automata bármelyik jelenbeli vagy múltbeli állapota egy még korábbi állapotból nézve lehet kontingens vagy szükségszerű attól függően, hogy az automata miképp működik. Tehát a véges automaták világában:

(17) Minden ami elmúlt lehetséges, mert megtörtént, és szükségszerű, mert megtörtént és nem lehet meg nem törtéنتté tenni. Mivel a jelen is megtörtént, és a múlthoz hasonlóan nem lehet meg nem törtéنتté tenni, ezért a jelen is szükségszerű;

(18) Egy jövőt leíró mondat lehetséges, hogy igaz, ha a jelenből kiindulva van a körülményeknek olyan alternatívája, amely igazzá teszi. Egy jövőt leíró mondat szükségszerű hogy igaz, ha a jelenből kiindulva a körülmények minden alternatívája igazzá teszi.

## A győzedelmes argumentum cáfolata

(17) és (18) igazolja, hogy az alábbi Diodórosz Kronosznak tulajdonított, sokak által ellentmondásosnak vélt három állítás a fenti keretrendszerben kielégíthető, tehát nem tartalmaz ellentmondást:<sup>4</sup>

<sup>4</sup>Diodórosz Kronosz görög filozófus. A káriai Iaszoszból származott, Ptolemaiosz Szótér udvarában élt. A megarai iskolához tartozó filozófus és nyelvész volt. Említi Diogenész Laertiosz, Sztrabón és Cicero, munkái nem maradtak fenn. Wikipédia

- (A) A múltira vonatkozó minden igaz kijelentés szükségszerű.
- (B) Lehetséges kijelentésből logikailag nem következik lehetetlen kijelentés.
- (C) Egy jövőre vonatkozó kijelentés, amely nem igaz, még lehetséges, hogy igaz.

Mutassuk meg a fenti három mondat kielégíthetőségét egy modell megadásával.

A piszkavasat nappal  $t_{-5}$  időpontban vettem, amikor is hideg volt és fekete színű. A mai napig csak kétszer tettem egy pillanatra a tűzbe, így mostanáig nem volt forró, csak meleg  $t_{-4}$  és  $t_{-2}$  időpontokban. Most  $-t_0$  időpontban – épp meleg, mert rövid ideig a tűzben volt, de tegyük fel, hogy a jövőben többet nem használom, így hideg marad. Igazolható-e a korábban bemutatott piszkavas automata modell segítségével, hogy mégis lehetséges, hogy forró lesz valamikor?

$\varphi_{\text{reality}}$  sorozatot az alábbi táblázat mutatja. (A piszkavas színeitől most eltekintettem.)

3. táblázat.  $\varphi_{\text{reality}}$

hideg	meleg	hideg	meleg	hideg	meleg	hideg	hideg	hideg	hideg
távol	közel	távol	közel	távol	közel	távol	távol	távol	távol
$t_{-5}$	$t_{-4}$	$t_{-3}$	$t_{-2}$	$t_{-1}$	$t_0$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$

$\varphi_0$  ennek egy részlete:

4. táblázat.  $\varphi_0$

hideg	meleg	hideg	meleg	hideg	meleg
távol	közel	távol	közel	távol	közel
$t_{-5}$	$t_{-4}$	$t_{-3}$	$t_{-2}$	$t_{-1}$	$t_0$

$\varphi_1$  sorozatot az 5. táblázat definiálja:

5. táblázat.  $\varphi_1$

hideg	meleg	hideg	meleg	hideg	meleg	hideg	meleg	forró	meleg
távol	közel	távol	közel	távol	közel	távol	tűzben	tűzben	távol
$t_{-5}$	$t_{-4}$	$t_{-3}$	$t_{-2}$	$t_{-1}$	$t_0$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$

(A) A modell alapján belátható, hogy  $\varphi_1 \in \Psi$ . Mivel  $\varphi_1$ -nek kezdő sorozata  $\varphi_0$ , ezért  $\varphi_1 \in \Psi^{w_0}$ . Vegyük azt a mondatot, hogy a piszkavas hideg  $t_{-1}$  -kor. Ez egy múltira vonatkozó állítás, amely  $\varphi_{\text{reality}}$  alapján igaz. Vajon szükségszerűen igaz-e? Mivel ezt a mondatot  $\varphi_0$

önmagában is igazolja, ezért  $\Psi^{w0}$  minden eleme igazolja, tehát a ‘piszkavas hideg  $t_{-2}$  kor’ mondat szükségszerűen igaz. Nyilvánvalóan erre következtetnénk más múltbeli vagy jelenbeli igaz mondatok esetén is. Ezzel (A) igazolást nyert.

(B) Tegyük fel, hogy  $q$  lehetséges,  $q$  kijelentésből következik  $p$ , és  $p$  lehetetlen kijelentés. Ha  $p$  lehetetlen kijelentés, akkor nincs olyan  $\varphi_i \in \Psi^{w0}$  függvény (állapot sorozat), melyből  $p$  az automata modell segítségével levezethető, mivel a modell konzisztens. Viszont  $q$  kijelentésből levezethető  $p$ , ezért ha nincs olyan  $\varphi_i \in \Psi^{w0}$  amiből  $p$  levezethető, akkor nincs olyan  $\varphi_j \in \Psi^{w0}$  amiből  $q$  levezethető. Ekkor azonban  $q$  lehetetlen, mert nincs olyan  $\varphi_j \in \Psi^{w0}$  amiből  $q$  levezethető. Ez ellentmond a kiindulásunknak, hogy  $q$  lehetséges, tehát el kell vessük a feltevést. Mivel  $p$  és  $q$  tetszőleges mondat volt, ezzel (B) is igazolást nyert.

(C) Most vegyük azt a mondatot, hogy a piszkavas forró  $t_3$ -kor. Ez hamis  $\varphi_{\text{reality}}$  szerint, viszont igaz  $\varphi_1$ -ben. Ekkor viszont van olyan eleme  $\Psi^{w0}$ -nak ami igazolja, hogy a piszkavas forró lehet  $t_3$ -kor, miközben valójában nem forró  $t_3$ -kor. Nyilvánvalóan erre következtetnénk más jövőbeli igaz  $\varphi_i \in \Psi^{w0}$  mondatok esetén is. Ezzel (C) igazolást nyert. Figyeljük meg, hogy a két mondat esetén a szükségszerűség relatív a jelenhez ( $t_0$ -hoz) képest. A jelent hátrább tolvá, ‘a piszkavas meleg  $t_{-2}$  kor’ mondat szükségszerűből esetlegessé válik, és előre tolvá, ‘a piszkavas forró  $t_3$ -kor’ mondat lehetségesből lehetetlenné válik.<sup>5</sup>

## Zárszó

Logikai szempontból a szükségszerűség most bemutatott felfogása Carnap felfogásának egyfajta értelmezése és továbbgondolása. Ebben a felfogásban a szükségszerűség keretrendszerhez kötött, és nem operátor, hanem metanyelvi predikátum, így nem iterálható triviálisan. Nincs szükség a modellek által leírt tárgyakon kívüli lehetséges világok feltételezésére, mert a lehetséges világokat lehetséges állapotoknak tekintve redukáltuk az automaták belső és külső állapotai halmazára. Ilyen módon az automaták által szimulált fizikai tulajdonságok két dolgot tesznek értelmezhetővé:

- (19) a tulajdonságok a modellekhez kötötten léteznek, azok lehetséges állapotai, ami filozófiai szempontból azt jelenti, hogy a fizikai tulajdonságok a tárgyakhoz kötötten léteznek, nem

<sup>5</sup>Egy ezzel ellentétes álláspont: Altrichter Ferenc, „A győzedelmes argumentum” in. Észérvek az európai filozófiai hagyományban (1993) Atlantisz, Bp.

pedig mint önálló létezők;

(20) a tulajdonságok terjedelme nem korlátozódik azokra az értékekre amelyeket a tárgyak aktuálisan fölvesznek vagy fölvettek, hanem kiterjednek az összes lehetséges értéke. Ez azért van így, mert a működést meghatározó összefüggések az összes lehetséges állapot közötti átmenetet határozzák meg, nem csak az aktuális állapotokat. Így magukba foglalják az összes lehetséges állapot halmazát, és az egyes állapotok a tulajdonságok leképezései.

Ha azonosítjuk a tárgyakat tulajdonságaik összefüggéseivel, akkor az úgy jelenik meg ebben a felfogásban, hogy a tárgy azonos az őt szimuláló modellel. Ez megválaszolja a fizikai tárgyak önazonossága kérdését is. A tárgy bár változik, a belső összefüggései, ahogy a környezeti hatásokra reagál, változatlanok, és a működési szabályai alapján megjósolhatóak az aktuális tulajdonságai a különböző környezeti feltételek között.