

Létezik és van

András Ferenc

2016. január 28.

Korábban foglalkoztam a létezés olyan triviális meghatározásaival, hogy

$$(1) \ x - \text{létezik} := x = x$$

Szavakkal, valami létezik, ha azonos önmagával. Vagy egy tartalmilag azonos, de formailag különböző definíció:

$$(2) \ x - \text{létezik} := \exists y. x = y$$

Figyeljük meg jól, hogy a bal oldalon van egy szabad változó, és ugyanez szabadon fordul elő a jobb oldalon is, és nincs más szabad változó. (Ez egy u.n. kontextuális definíció.) Természetesen (2) univerzális lezártja is definíció.

Van azonban valami, amire fölhívom a figyelmet, mert esetleg valakinek nem evidens. Egy definícióból soha nem következik – következhet – a definiálni kívánt fogalom létezése. Ez még a létezés definíciójára is igaz. Ha mégis, akkor valahol hibás az a definíció. Miért? Azért amit korábban említettem, a szabad változó előfordulása miatt. Ha következne a létezés, akkor a változó nem lenne szabad, és nem lenne amit definiálunk. (Ez persze megint a kontextuális definíciókra igaz.) Ezért ha valaki így definiálja a létezést:

$$(3) \ x - \text{létezik} := x - \text{bebig} \ \& \ x - \text{nem bávatag}$$

akkor sajnos egyáltalán nem lehetünk biztosak abban, hogy létezik valami, hiszen semmi

garancia arra, hogy van valami bebig és ugyanakkor nem bávatag. Ez azonban még a szokásos (1) vagy (2) definícióra is igaz! Csak akkor vannak létezőink az önazonosság felhasználásával, ha kikötjük, hogy a tárgyalási univerzum nem üres. Ezt külön ki kell kötni, mert semmi nem garantálja. Éppígy a ZF halmazelméletben is ki kell kötni, hogy van halmaz, vagy a természetes számok definíciójánál, hogy a nulla egy természetes szám – ebből ugyanis következik, hogy létezik természetes szám. Ne tévesszük szem elől ezeket a megfontolásokat a későbbiekben. Van tehát árnyalatnyi különbség a 'létezik' és a 'van' jelentése között.