Otávio Bueno a másodrendű logikáról

Otávio Bueno: Second-order Logic revisited

András Ferenc

2016. augusztus 25.

A nemlétezés problémájával foglalkozó dolgozatomban a másodrendű logikát használó javaslatok kapcsán megemlítettem Otávio Bueno egy írását: Second-order Logic Revisited Ennek az írásnak a továbbfejlesztet változata 2010-ben megjelent „A Defense of Second-order Logic” címmel.[1] Bár csak négy oldallal hosszabb a korábbi változatnál, mégis sokkal letisztultabb, világosabb, bár az olvasótól több matematikai-logikai tájékozottságot feltételez. Nem könnyű olvasmány, de fontos, mert számos ponton kapcsolódik az általunk vizsgált metafizikai-ontológiai kérdésekhez és részletesen taglalja a másodrendű logika lehetséges értelmezéseit is. Sajnos az ismertetése meghaladja ennek az írásnak a kereteit, most csak egyetlen kérdéskörre térek ki röviden.

Mi is az a másodrendű logika? Tekintsük a következő mondatot:

(1) Te rendelkezel olyan jó tulajdonsággal amivel én nem.

Ennek a mondatnak a lényegét így formalizálhatjuk a klasszikus másodrendű logika nyelvén:

(2) $\exists\alpha$[jó-tulajdonság $(\alpha)\,\&\ \sim\alpha$(én) $\sim\alpha$(te)]

Vajon mit jelent az 'α' változó használata, mik az értékei? Az α változó értékei predikátumok nem pedig egyedi dolgok, és a 'jó-tulajdonság' predikátum pedig másodrendű predikátum, mivel a terjedelmébe olyan elsőrendű predikátumok martoznak, melyek terjedelmét személyek (egyedi dolgok) alkotják. A (2) mondat a szó logikai értelmében elkötelez bennünket a tulajdonságok

[1] Otávio Bueno:A Defense of Second-Order Logic, Axiomathes 20 (2-3):365-383 (2010)

létezésében való hitben. Ez természetesen nem jelenti azt, hogy a tulajdonságok a személyekhez hasonlóan a tér valamilyen pontján önállóan léteznek, de valamiféle létezést mindenképpen jelent. Másodrendű logika helyett jelen esetben(korántsem mindig) valamilyen halmazelméleti nyelvet is használhatunk:

(3) $\exists\alpha[\alpha \in a -$ jó-tulajdonságok-halmaza $\& \text{én} \in \alpha \,\&\, \text{te} \in \alpha]$

Ebben a megformulázásban halmazokat alkalmazunk, így valamilyen logikai-matematikai értelemben azok létezésében is hiszünk. Quine ez utóbbi megfogalmazást preferálta.

Nézzünk egy másik mondatot. Ez utóbbi mondatnak az az érdekessége, hogy első ránézésre a formalizálása nem igényel másodrendű logikát. De gondoljuk végig alaposan, megtévesztő a felszíni nyelvi szerkezet.

(3) Néhány kritikus csak másvalakit csodál maguk közül, ha ugyan. (Geach-Kaplan példamondata nyomán.)

Hogy kell ezt érteni? A formulák ezt nagyon jól elmagyarázzák, jobban mint a természetes nyelv. A jobb áttekinthetőség végett a predikátumok argumentumait nem tettem zárójelbe, mert így könnyebben érthető.

(4) $\exists S(\exists u.Su \,\&\, \forall u(Su \to \text{kritikus} - u) \,\&\, \forall u \forall v((Su \,\&\, u - \text{csodálja} - v - t) \to (Sv \,\&\, u \neq v)))$

Figyeld meg, ha senki nem csodál senkit, az is modellje a formulának, de senki nem csodálhat valakit a körön kívül, és a körön belül meg önmagával senki sem lehet eltelve, senki nem csodálhatja önmagát. Érdekes egy világ ez. Készíts modelleket egyszerű gráfokkal![2] Quine (4)-et is halmazokkal fogalmazta meg:

(5) $\exists S(\exists u.u \in S \,\&\, \forall u(u \in S \to u \in C) \,\&\, \forall u \forall v((u \in S \,\&\, uAv) \to (v \in S \,\&\, u \neq v)))$[3]

[2] V.ö.: John MacFarlane: Plural Quantifiers, UC Berkeley, Philosophy 142, Spring 2016–Philosophy 142

[3] „How are we to formalize such sentences? The traditional view, defended for instance by Quine, is that all paraphrases must be given in classical first-order logic, if necessary supplemented with set theory. In particular, Quine suggests that (3) should be formalized as
$\exists S(\exists u.u \in S \sim \forall u(u \in S \to Cu) \,\&\, \forall u \forall v(u \in S \,\&\, Auv \to v \in S \,\&\, u \neq v))$"
Egy elírást kijavítottam a fenti formulában – Cu' formula helyett is halmazt '$u \in C$' alkalmaztam – és a prefix

Quine úgy gondolta, hogy a másodrendű logika álruhába öltöztetett halmazelmélet. Otávio Bueno – véleményem szerint helyesen – azokkal ért egyet, akik elvetik ezt az azonosítást. Ugyanis a másodrendű logikában érvényes a '$\exists X \forall x X(x)$' formula, míg az ennek megfelelő '$\exists X \forall x (x \in X)$' formula nem érvényes pl. a ZF halmazelméletben. Egy másik lényeges különbség, hogy az azonosság fogalma definiálható a másodrendű logikában, míg az ennek megfelelő halmazelméleti formula önmagában nem elegendő az azonosság definíciója gyanánt. Ezt sajnos én is eltévesztettem egy régebbi az azonosságról szóló tanulmányomban. Érdemes kicsit alaposabban körüljárni a problémát, mert számos vonatkozását nem ismeri ennek sok analitikus filozófus.
Az azonosság másodrendű logikai definíciója a következő:

(6) $x = y := \forall \alpha [\alpha x \rightarrow \alpha y]$

Ruzsa Imre fölhívja a figyelmet arra, hogy a definiensben szükségtelen volna a bikondicionális használata. Az ennek megfelelő halmazelméleti formulában viszont bikondicionálist kell alkalmazzunk, ha az alkalmazott halmazelméletben nincs univerzum és így a komplementer halmaz nem értelmezhető az univerzumra nézve. Ez már önmagában elég fontos különbség. Nézzük ezek alapján a halmazelméleti megfogalmazást:

(7) $x = y := \forall \alpha [x \in \alpha \leftrightarrow y \in \alpha]$

Látszólag ez egy jó definíciója az azonosságnak, hiszen azt mondja, hogy ha x minden olyan összességnek a tagja aminek y is a tagja, és megfordítva, akkor x és y azonosak, egybeesnek. Mi ezzel a baj? Az a baj vele, hogy intuitíve használja a halmaz fogalmát, pl. azt, hogy mikor azonos két halmaz. A levezetésben azonban semmi másra nem hivatkozhatunk, mint ami a premisszákban ki van mondva, vagy logikailag következik a premisszákból, a jelentésekre nem. A halmazok azonossága nem logikai igazság, azt külön rögzíteni kell, és azt sem tudjuk, mi köze van a halmazoknak a fogalmakhoz. Ezt is külön rögzíteni kell, és nem is olyan egyszerű ez. Ezért a (7) definíció önmagában nem elegendő, nem lehet belőle levezetni az azonosság szokásos sémáit. A másodrendű logikai formulából viszont igen. És ez az amit sok filozófus nem igazán

'Auv' írásmódot infixre 'uAv' cseréltem a jobb érthetőség végett.
Linnebo, Øystein, „Plural Quantification", The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2014 Edition), Edward N. Zalta (ed.), `URL=<http://plato.stanford.edu/archives/fall2014/entries/plural-quant/>`.

ért. Arról van szó, hogy a (6) formula nem más mint a megkülönböztethetetlenek azonossága elve. Ez az elv ebben a precíz formában támadhatatlan. A filozófusok csak akkor vitathatják, ha legyöngítik, és pl. az összes predikátumok körét valamilyen módon leszűkítik. Ennek egyik nyilvánvaló módja, hogy kihagyják a predikátumok közül a ‘valamivel azonosnak lenni’ tulajdonságot. Ha ezt megtetszik, akkor valóban lehet filozofálni ezen az elven. A másik, aminek általában nincsenek tudatában, hogy a megkülönböztethetetlenek azonossága elvéből ebben a precíz megfogalmazásban logikailag következik az azonosak megkülönböztethetetlensége elve. Ezt jelenti ama tény, hogy (6) alkalmas definíciója az azonosságnak, mivel levezethető belőle, hogy 1. minden azonos önmagával, továbbá 2. ha x F tulajdonságú, és $x = y$, akkor y is F tulajdonságú. A két nevezetes elv tehát nem független egymástól, de ezt sokan nem látják át.