

Megjegyzés a Thészeusz hajója problémához

András Ferenc

2011 – 2018. február

A rejtvénynek magyarul is jelentős irodalma van, melyek világosan bemutatják a problémát és a megoldás nehézségeit, némelyek szerint a megoldás lehetetlenségét.¹ A rejtvénynek valóban nincsen logikailag ellentmondás-mentes és a józan ész elvárásainak megfelelő, egyszerű, nyilvánvaló megoldása, ahol az olvasó a homlokára csap: hát persze, most már értem! Azért nincs, mert a probléma szorosán kötődik a „kupac” paradoxonhoz (Sorites Paradox): hány babszem egy halom? Viszont logikailag koherens és konzisztens megoldása van, feltéve, hogy nem tévedünk el már az elején a kérdéskör útvesztőjében. Jennifer Wang előadása (angolul) szemléletesen mutatja be a problémát, és ő lát logikailag konzisztens megoldást, ellentétben pl. Bács Gáborral, aki nem lát.² Viszont szerintem valamennyien egy hibás előfeltevésből indulnak ki, melyet Tózsér János és Gébert Judit így fogalmaz meg³:

„... Nem kizárt, hogy az Olvasó nem ért egyet ezzel. Hanem azt állítja: van egy meghatározott százaléka az eredeti hajó összes alkatrészének, amely százalékos alatti alkatrész kicserélése esetében a renovált hajó még azonos az eredeti hajóval, de amely százalékos feletti alkatrész kicserélése esetében már nem azonos vele. E javaslat nem tartható. Tegyük fel, hogy a kérdéses százalékosot 5 százalékosban állapítjuk meg. Azt mondjuk: ha az eredeti hajó összes eredeti alkatrészének 5 százalékosánál kevesebb alkatrészét cseréljük ki, akkor a renovált hajó még azonos az eredeti hajóval, ha viszont 5 százalékosánál több alkatrészét cseréljük ki, akkor a renovált hajó már nem azonos az eredeti hajóval. Nevezzük az eredeti hajót *E*-nek, a renováltat *R*-nek, és tegyük fel,

¹Tózsér János, *Metafizika* (2009) Akadémiai Kiadó, Budapest, p.:129-135 Bács Gábor, „Az intelligens nagynéni segédlete Thészeusz hajójához” (2011) In: *Perlekedő rokonok? Analitikus filozófia és fenomenológia.* (Szerk.: Bács G., Forrai G., Molnár G., Tózsér J.) Budapest: L' Harmattan Kiadó: 111-31. p.

²<https://www.khanacademy.org/partner-content/wi-phi/metaphys-epistemology/v/ship-of-theseus>

³Tózsér János – Gébert Judit, „Egy filozófiai fejtörő” (2011. febr. 18.) ÉS 2011/6., <http://www.es.hu/cikk/2011-02-20/tozser-janos8211gebert-judit/egy-filozofiai-fejtoro.html> Az én nagyon rövid válasza: „Egy filozófiai fejtörő megoldása” (2011. március 4.) ÉS 2011/9 <http://www.es.hu/cikk/2011-03-06/andras-ferenc/egy-filozofiai-fejtoro-megoldasa.html>

hogy E hajó alkatrészeinek 4 százalékát cseréljük ki. Ebben az esetben ugye: E hajó azonos R hajóval. Tegyük fel továbbá, hogy R hajó alkatrészeinek szintén kicseréljük 4 százalékát, és így kapjuk H hajót. Ebben az esetben ugye: R hajó azonos H hajóval. Mármost, mivel elfogadjuk az azonossági viszony tranzitivitását, amely szerint – mint láttuk – ha „ $a = b$ és $b = c$, akkor $a = c$ ”, úgy azt kell állítanunk, hogy R hajó azonos H hajóval. Csakhogy, E hajó és H hajó nem lehet azonos egymással, hiszen E és H hajó alkatrészeinek több mint 5 százaléka különbözik. Egészen pontosan 8 százaléka. (Feltéve persze, hogy másik 4 százalékot cseréltünk ki.) Ellentmondáshoz jutottunk: egyrészt az azonossági viszony tranzitivitása miatt azt kell állítanunk, hogy E hajó azonos H hajóval, másrészt azonban – lévén E és H hajó több mint 5 százalékaiban különbözik – azt kell állítanunk, hogy E hajó nem azonos H hajóval. Mondanunk sem kell: bármekkora százalékot állapítunk meg, az ellentmondás elkerülhetetlen. ...”

Bevezetés

Thészeusz, miközben hosszú, kanyargós útról vezetett hazafelé, meglátott egy autót szervizt az út mentén. Mivel régóta rossz volt a fékje, gondolta betér és megjavíttatja.

- Mi a baj az autóval, tisztelt uram? Kérdezte a szerelő
- Nem fog a fék, veszélyesen megnőtt a fékút.
- Amikor megvette az autót akkor fogott?
- Igen, akkor tökéletesen működött, de azóta elkopott.
- Tisztelt uram, ön bizonyára téved. Amikor megvette az autót, jó volt a fék, mert jó volt a fékbetét. Másnap láthatatlan mértékben kopott egy kicsit, ezért egyforma volt az előző napival, következésképpen a fékbetét jó volt. A harmadik napon szintén kopott egy kicsit a fékbetét az előző naphoz képest, egyforma volt az előző napival, tehát ismét jó volt. És ez így folytatódott minden nap, egészen a mai napig. Következésképpen a fékbetét ma is egyforma a tegnappal, és jó, nincs semmi baja.

Mi a baj a szerelő filozófiai érvelésével?

1. A fék esetén a kopás változása kumulatív folyamat. Ha a kopás mértéke az első nap Δ , akkor a második nap $2 \times \Delta$, és az n -edik nap $n \times \Delta$.
2. A változást jelen esetben nem az előző naphoz, hanem a kiinduló állapothoz, a mintához képest kell mérni. Ha elér egy határt, akkor már nem igaz rá a 'jó' predikátum. Van a kopásnak bizonyosan elfogadhatatlan szintje, amikor a fékbetét nem jó. A jó szerelők filozófiai könyvek nélkül is tudják, hol van az a határ.
3. Ha az előző állapothoz hasonlítjuk a kopást, akkor hasonlóság relációt kapunk, amelyet matematikai nyelven tolerancia relációval írhatunk le. Ha a mintához, a kezdeti állapothoz hasonlítjuk a kopást, akkor egyformaság relációt kapunk, amelyet matematikai nyelven ekvivalencia relációval írhatunk le.

Hasonló a probléma Thészeusz hajója esetén, csak ott nem kopásról, hanem a deszkák vagy más kopott alkatrészek kicseréléséről van szó. Ha a kopás mértéke az első évben Δ , akkor a második évben $2 \times \Delta$, és az n -edik évben $n \times \Delta$. A változás, amennyiben az előző állapothoz hasonlítjuk, tolerancia relációt határoz meg, amelyik reflexív és szimmetrikus, de nem tranzitív reláció, következésképpen ellentmond az önzonosságnak. Az azonosság ugyanis tranzitív reláció. Ha a változást a mintához hasonlítjuk, akkor viszont ekvivalencia relációt kapunk, melyik összhangban áll a feltételezett ön-azonossággal. Ameddig a hajó deszkáinak kevesebb mint a felét cseréltük ki, addig a hajót egyformának tekintjük a kezdeti állapottal, azon túl nem. Ha a felénél több hajó palánkot cseréltünk ki, akkor Thészeusz hajója megszűnik létezni, bár a deszkái fennmaradhatnak mint emlékek, vagy annak részei. Amíg azonban a palánkok kicserélése a határérték alatt marad, addig a hajó létezik, és azonos önmagával. Az önzonosság fennállása nem zárja ki a hajó állapotának fokozatos romlását, ami ha elér egy határt, akkor a megszűnését jelenti. A hajó tehát az időben kiterjedt, változó valami, és mint időben kiterjedt valami azonos önmagával. Egy négydimenziós objektum, amelyik időszakokból áll.

A kiállított hajó

Mások az azonosítási és fennállási kritériumok az úton lévő hajó, és mások a kiállított hajó esetén. Az út során akár a hajó valamennyi alkatrészét is kicserélhetik, ez nem jelent azonosítási problémát. Thészeusz hajójának az az azonossági kritériuma, hogy rajta utazik a hős hazafelé. Ha út közben váltogatná a hajókat, akkor nem lenne értelme a hajójáról beszélni. Az úton

lévő hajó élőlényhez hasonlatos, minden beépített alkatrész a részévé válik, a hajóból kidobott alkatrész, pedig nem. A kiállított hajó esetén azonban más a helyzet, ott a változatlanul való fennmaradás a cél. Thészeusz hajója hazafelé az úton, közlekedési eszköz, miután kiállították, a múlt rekvizitumává vált, megszűnt közlekedési eszköz lenni. A kiállított hajó Thészeusz hajója volt, de most már nem az, a hős miután hazaért, új hajót kapott. Döntenünk kell, hogy meddig, a romlás milyen mértékéig tekintjük a híres utat megjárt hajó leszármazottjának a kiállított hajót. Utána is mondhatjuk, hogy a megmaradt rom hasonlít az eredeti hajóra, de az egyformaságot már tagadjuk. A hasonlóság és egyformaság megfogalmazásához föltételezzük, hogy valamiképp mérhető két hajópéldány eltérése az előző állapottól, illetve a kezdeti állapottól, a mintától. A továbbiakban Thészeusz hajóján a kiállított hajót értjük.

Amie L. Thomasson vizsgálódásait követve a következő alternatívák merülnek fel: alkalmazási feltétel – járműről vagy emlékről van szó; azonosítási kritérium – ez Thészeusz hajója vagy volt Thészeusz hajója; újra alkalmazási feltétel – ez ugyanaz a hajó mint a korábbi.

Tegyük fel hogy tíz lépésben Thészeusz hajójának valamennyi alkatrészét kicserélik. A legfeljebb 10% renovált alkatrészt tartalmazó hajópéldányt ‘10’-el, a legfeljebb 20% renovált alkatrészt tartalmazó példányt ‘20’-al jelölöm, stb. Ezek alapján az összes lehetséges kiállított, fokozatosan romló hajópéldány halmaza: $S = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100\}$ A hajó történetének diszkrét időpontjai halmaza T . Nem feltételezzük a kiállított hajó folyamatos létezését. Előfordulhat, hogy darabokra szedik, majd később újra összerakják, mint emléket. Ekkor az alábbi definíciót alkalmazhatjuk:

Def.1. valamely $x \in S$ hajópéldány hasonlít $y \in S$ hajópéldányra, ha alkatrészeikben csak $d\%$ eltérés van egymáshoz képest d értékét gyakorlati szempontok – és nem apriori elvek – figyelembe vételével célszerű meghatározni, jelen esetben $d = 30$. Az 1. táblázatban a hasonló idő szeleteket hajókat 1, a nem hasonlókat 0 jel jelöli. $x \approx y := x$ és y hasonló idő szeletek

Figyeljük meg, hogy a hasonlóság reláció reflexív és szimmetrikus, de nem tranzitív, eltérően az egyformaságot kifejező ekvivalencia relációtól. Jelen esetben két hajópéldány hasonló, ha a közöttük lévő eltérés legfeljebb 30%. Ekkor abból, hogy $a \approx b$ és $b \approx c$ nem következik, hogy $a \approx c$, ellentétben az azonosság vagy egyformaság relációval.

1. táblázat. Hasonlóság

| \approx | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
|-----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 10 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 20 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 30 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 40 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 50 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 60 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 70 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 80 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 90 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

A hajó példányok egyformaságát ekvivalencia relációval fejezzük ki. Célszerű úgy dönteni, hogy még a hajó darabokra szedése esetén se fordulhasson elő, hogy több rivális példány létezen Thészeusz hajójának. Ha megengednénk $d = 50$ -et, akkor előfordulhatna, hogy két egyforma hajónk lenne, mindkettő fele-fele arányban tartalmazna eredeti alkatrészeket, és nem tudnánk eldönteni, hogy melyiket tekintjük az eredeti hajó utódjának. Ekkor vezessük be a következő definíciót:

Def.2. x hajó egyforma y hajóval Thészeusz hajóját alapul véve $:= x$ is és y is kevesebb mint 50%-ban tér el az eredeti hajótól vagy $x = y$. $x \cong y := x$ egyforma időszelet y – al

2. táblázat. Egyformaság

| \cong | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
|---------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 10 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 20 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 30 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 40 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 50 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 60 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 70 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 80 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 90 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

A 2. táblázat mutatja a parton kiállított hajót. Thészeusz hajója túlél bizonyos mértékű fokozatos változást. A táblázat ekvivalencia osztályai tartalmazzák az egyforma hajópéldányokat: a ‘10,20,30,40’ hajópéldányok egyformák Thészeusz hajójával – bármely kettő ugyanaz a hajó,

csak eltérő időpontban – de a későbbiek már olyan jelentősen eltérnek az eredetitől, hogy különbözőnek tekintendők. Ez az ekvivalencia osztály: $S_T = \{10, 20, 30, 40\}$. Az ‘50,60,70,80,90,100’ hajópéldányok is tekinthetők hétköznapi tárgyakként, pl. Thészeusz hajója romjai’-nak. Ezek alapján Thészeusz hajója (a kiállított hajó) perdurantista felfogásban az alábbi módon definiálható:

Thészeusz hajója_{perdurantizmus} := $\langle T, S_T, R \rangle$, ahol $R \subseteq T \times S_T$

$\forall t \forall x. t \mathfrak{R} x := t \in T \wedge x \cong 10$

(x Thészeusz hajója $t \in T$ időpontban pontosan akkor, ha x egyforma az eredeti kiállított hajóval. Valójában az R reláció T halmaz leképezése S_T halmazba.)

Bizonyos gondolatokat az endurantizmus felfogásában egyszerűbben megfogalmazhatunk, de a hajó létezésre vonatkozó kijelentést – a hajó adott időpontban megsemmisült, egy időpont után már nem létezik – a klasszikus logika keretei között nem, vagy csak körülményes módon tudjuk kifejezni. A ‘ t_h ’ individuum név a kiállított hajót jelöli endurantista felfogásban.

Alkalmazás

A perdurantizmus felfogásában nem tudjuk egy hétköznapi tárgyról hogy micsoda, amíg még történhetnek vele új események. Ezen a kiállított hajó esetében úgy enyhíthetünk, hogy csak annyit feltételezünk, hogy létezik \mathfrak{R} függvény reláció, de azt nem, hogy teljesen ismerjük \mathfrak{R} függvény relációt, azaz nem tudjuk előre a hajó történetét. Ilyen módon több tény is megfogalmazhatunk a hajóval kapcsolatban:

(1) Ha egyáltalán létezik a kiállított hajó egy időpontban, akkor csak egyetlen létezik belőle:

(perd 1) $\forall x \forall y \forall t ((t \mathfrak{R} x \wedge t \mathfrak{R} y) \rightarrow x = y)$

(end 1) $\forall x \forall y ((x = t_h \wedge y = t_h) \rightarrow x = y)$

(2) A kiállított hajó Thészeusz hajója volt:

(perd 2) $\forall t \forall x (t \mathfrak{R} x \rightarrow \text{Thészeusz hajója-volt}(x))$

(end 2) $\text{Thészeusz hajója-volt}(t_h)$

(3) Egyre romlik a kiállított hajó állapota:

(perd 3) $\forall t_1 \forall t_2 \forall x \forall y ((t_1 \mathfrak{R}x \wedge t_2 \mathfrak{R}y \wedge t_2 \text{ későbbi időpont mint } t_1)$
 $\rightarrow y\text{-rosszabb-állapot-mint-}x)$

(end 3) $\forall t_1 \forall t_2 \forall x \forall y ((t_2 \text{ későbbi időpont mint } t_1 \wedge x = \text{állapota } t_h \text{ at } t_1 \wedge y = \text{állapota } t_h \text{ at } t_2)$
 $\rightarrow y\text{-rosszabb-állapot-mint-}x)$

(4) A kiállított hajó egy idő után megsemmisült:

(perd 4) $\exists t_1 \forall t_2 (t_2 \text{ későbbi időpont mint } t_1 \rightarrow \neg \exists x (t_2 \mathfrak{R}x))$

Összefoglalás

A hétköznapi tárgyak időn átívelő önazonosságát a tárgyak időpéldányai egyformaságával fejezhetjük ki. Az egyformaság egy mintához képest értelmezett, nem pedig az előző állapothoz képest. Az egyformaság abból a nézőpontból áll fenn, hogy ezek a példányok egyazon tárgy időbeli metszetei, és a változás mértéke adott határon belül marad. A hajó példányok bizonyos jellemzőikben eltérhetnek egymástól, nincsenek gyakorlattól független általános érvényű apriori elvek az önazonosság meghatározására, a nyelvhasználók közössége dönt. Az egyformaságot leíró reláció formális logikai szempontból ekvivalencia reláció, pontosan úgy, ahogyan az azonosság reláció is az. A hétköznapi tárgy egy időtartománynak – ameddig a tárgy létezik – az ekvivalencia osztály részhalmazába való leképezésével azonos. Amikor a tárgy időn átívelő azonosságáról beszélünk, akkor a tárgyhoz tartozó időtartományban egy ekvivalencia osztály elemei időbeli sorozatáról beszélünk.

(lásd <http://www.andrasek.hu/ferenc/modellek/theszeusz-hajoja.xls>)