Csak puszta nyelv a logika és a matematika?

András Ferenc

2017. április

Esti beszélgetés

Tegnap este érdekes beszélgetésem volt geológus fiammal. Vajon a végső kérdésekben a természettudományé-e a döntő szó, s vajon szükség van-e egyáltalán még filozófiára? Hamar kiderült, hogy a kérdés oda vezet, hogy lehetséges-e minden olyan fizikai esemény, amelyet nem zárnak ki a fizika törtvényei? Nem kell semmi mást figyelembe venni? Természetesen a fizikán túli tudományok esetében a kérdés összetettebb. A biológia vagy a lélektan sem állíthat semmit, amit kizárnak a fizika törvényei. De attól még, hogy önmagában egy feltételezett jelenség nem mond ellent valamelyik fizikai törvénynek, attól még nem feltétlenül lehetséges. A fizikai törvényeken túl egy (elképzelt) jelenség kizárható a biológiai vagy pszichológiai, vagy szociológiai, vagy a közgazdaságtani jelenségek köréből pusztán szaktudományi megfontolások alapján is.

Mondhat-e bármit a filozófia a természettudósnak?

Miközben ezeken a kérdéseken vitatkoztunk, rájöttünk, hogy az alapvető eltérés ott van a véleményeink között, hogy a matematikát puszta nyelvnek, vagy annál többnek kell-e tartanunk? (A nyelvet itt mind szintaxisát, mind pedig szemantikáját tekintve önkényes játékszabályok gyűjteményének tekintem.) Önkényesek-e a matematika és a logikai kiinduló feltevései és következtetési szabályai, vagy nem önkényesek? Az egész matematika puszta szintaxis, jelentés nélküli formulákkal való bűvészkedés, vagy némelyik ágának van jelentése? Fontos megjegyezni, kiemelni, hogy amennyiben minden esetben teljesen önkényesek a matematika és logika kiinduló feltevései és következtetési szabályai, akkor az igazság, mint a valóságnak való megfelelés, velük kapcsolatban fel sem vethető. Mielőtt tovább mennék, röviden összefoglalom az eddigieket, majd óvatosan tovább lépek.

Az a kérdés, hogy a matematika és a logika minden esetben puszta interpretálatlan nyelv-e, szoros kapcsolatban áll azzal a kérdéssel, hogy mond-e valamit a világ természetéről a matematika és a logika? Az a kérdés, hogy a matematika és a logika puszta nyelvi játék-e, filozófiai kérdés, mégpedig par excellence filozófiai kérdés. Íme, egy példa arra, hogy szükség van filozófiára. Ebben a kérdésben ugyanis a filozófia az illetékes. A jó filozófia. Aki komolyan foglalkozik az elméleti filozófia alapkérdésivel, annak jól argumentált álláspontja kell, hogy legyen erről a kérdésről. Miért?

Egy példa megadja a választ. Vegyük azt az egyszerre fizikai és egyszerre filozófiai kérdést, hogy (1) lehet-e visszafelé menni az időben, vagyis, hogy (2) egy esemény megváltoztathatja-e a múltat, megint másképp fogalmazva, (3) folyhat-e visszafelé az idő? Itt most nem fogunk dönteni ebben a kérdésben. A válaszra majd egy külön posztban térek ki. Helyette azt feszegetjük, hogy logikai vizsgálódásokkal mondhatunk-e valamit erről a kérdésről.

Az első probléma, hogy a korábbi három megfogalmazás logikailag ekvivalens-e? Ideiglenesen fogadjuk el, hogy igen. Némelyik jelentős fizikus és filozófus (pl. David Lewis) is azt állítja, hogy lehet visszafelé menni az időben.[1] Mivel mi filozófusok szeretünk képtelenségeket állítani, ezért az utóbbiban semmi meglepő nincsen. Most csak az előbbivel foglalkozom.

Feynman írja népszerű könyvében: „A fenti jelenség általános a természetben. Minden részecske tud valamekkora amplitúdóval visszafelé menni az időben, így minden észecské-

[1] David Lewis: The paradoxes of time travel (1976) American Philosophical Quarterly, 13: 145–52. Olvasható itt is: Metaphysics a guide and anthology, Tim Crane, Katalin Farkas, (2004) OUP A netről is letölthető.

nek van antirészecskéje."[2] Azért folyhat visszafelé az idő, mert a fizikai törvényei azt nem zárják ki. Feynman szerint nem kell törődnünk azzal, hogy a logika törvényei megengedik-e, vagy éppen kizárják, hogy visszafelé folyjék az idő, minthogy a logika törvényei nem a természet törvényei, hanem a gondolkodásé, amelyek önkényesek, előítéletek, s lehetnének másképp is. Kétségtelen, hogy a logika törvényei, a helyes következtetés szabályai normák is, elvárások a helyes érveléssel szemben. Az sem kérdéses, hogy a logika tudománya hosszú folyamatban fokozatosan alakult ki a történelem során. A vita tárgya nem ez. Fogalmazzuk meg pontosabban a vita tárgyát, mert a címbeli kérdés: „Csak egy nyelv a logika és a matematika?" – nem elég világos. Azért nem, mert nyilvánvalóan mindkettő nyelv is. Tudjuk, számos logikai rendszer elfogadása döntés kérdése. Az, hogy pl. a háromértékű logikában a 'vagy' kapcsolat hogyan értelmezendő, megállapodás kérdése. Hasonlóképpen, a logikai következtetés szabályai is megengednek bizonyos önkényt. És nyilván a felsőbb matematikának is számtalan olyan ága van, amelyik önkényes jel-struktúra konstrukciónak tűnik, bár meglátásom szerint gyakran gyakorlati megfontolások vannak ezek mélyén is. Az sem kérdés, hogy a matematika bármely ága tekinthető puszta szintaxisnak, jelentés nélküli formulák rendszerének. A logikai következmény reláció vizsgálatánál sem szabad figyelembe venni a formulák szándékolt interpretációját. A magasabb matematikának lényegi része a formalista szemlélet. A kérdés most nem ez. A kérdés pontosabban, kevésbé félreérthetően, élesebben így szól: vajon puszta nyelvi konvenció-rendszer-e az aritmetika és a hozzá kapcsolódó algebra? Puszta nyelvi konvenció-e, pusztán az emberi gondolkozás véletlen sajátossága-e a klasszikus logika? Lehetnének-e mások az aritmetika, az algebra vagy a klasszikus logika törvényei?

Itt megint meg kell álljunk, hogy egy lehetséges félreértést eloszlassunk. A kérdés nem az, hogy lehetne-e más a logikai matematikai jelek tipográfiája. Nyilvánvalóan igen. Ugyanakkor az az álláspont, hogy a számok puszta jelek, és csak mi hozzuk kapcsolatba őket a valósággal e jelek használata során - kibújás a kérdés alól. A matematikusok körében népszerű formalizmusnak ez a gyakori megfogalmazása azt mutatja, hogy nem

[2]Richard P. Feynman: QED The Strange Theory of Light and Matter (1988) ford. Alföldy Bálint, QED A megszilárdult fény (2003) Scolar Kiadó, Budapest, 98.o. Megtalálható a neten angolul.

értették meg a kérdés lényegét. A kérdés ugyanis úgy szól, hogy ismerve a '2', a '4', az -', a '+' jel jelentését, lehetne-e hamis, az jelentéssel bíró mondat, hogy $2 + 2 = 4$?

Némelyik filozófus szerint igen (pl. Quine mond ilyeneket), lehetnének mások az alapvető logikai-matematikai törvények, következésképpen lehetne a '2+2=4' mondat hamis. Ez valóban védhető, sőt meggyőző álláspont lehet, egyetlen feltétellel: elő kell állni a bizonyítékkal, azzal az igaz mondattal, amelyik alátámasztja, hogy $2 + 2 \neq 4$. Akik puszta nyelvnek, puszta konvenciónak tartják a matematikát, nem teljesen látják át, hogy mit is állítanak.

Az elemi aritmetika, az algebra, az analízis matematikai törvényi alapján végzik a mérnökök a számításaikat. Ha ezek a törvények önkényes játékszabályok csupán, akkor kész életveszély átmenni egy hídon, beállni egy erkély alá. Kész csoda, hogy működnek az elektronikai áramkörök, véletlenek csudálatos összjátéka, hogy a matematika alkalmazása ennyire hatékony eszköze az iparnak, technológiának, és a tudománynak. [3] A matematikai formalizmus hívei nem tudják megmagyarázni a csodák e sorozatát. Nem tudják megmagyarázni, miért olyan hatékony nyelv a matematika?

Mégis sok fizikus, matematikus és filozófus is antirealista a matematikai és a logikai törvényekkel kapcsolatban. Ennek pszichológiai oka van: a platonizmustól való páni félelem. Vajon indokolt-e ez az ellenszenv, ez a gyanakvás? Kétségtelenül. Amennyiben ugyanis a matematika tételeinek egy részét, a legalapvetőbbeket, a valóságról szóló értelmes, jelentéssel bíró állításnak tekintjük, akkor abban a felületes szemlélő könnyen a platóni létezők létének igazolását láthatja. Ez azonban elhamarkodott következtetés, amely további alátámasztást igényel. Egyrészt a matematikai objektumok nem közvetlenül vonatkoznak a fizikai valóságra, hanem gyakran többszörös interpretálás segítségével, másrészt egy fizikalista-materialista is lehet realista az alapvető matematikai-logikai törvények vonat-

[3] Érdemes elolvasni a neves matematikus, Hamming félelmeit a matematika alkalmazásával kapcsolatban: Richard Wesley Hamming: Mathematics on a Distant Planet (Published by the American Mathematical Monthly. Vol. 105. No.7) Megtalálható a neten angolul.

kozásában, amennyiben úgy véli, hogy azok alapja a fizikai tárgyak természetében rejlik, és általános érvényük alapja az alapvető fizikai törvények egyetemessége.

Lezárás helyett

Végezetül visszatérek arra a kérdésre, hogy a matematika és logikai alaptörvényeinek igazságára mi a bizonyíték? Az előző példa azt sugallja, hogy sikeres alkalmazásuk a bizonyíték. Ez azonban megint csak felületes érv, csak részben helyes, és elbukik a mélyebb vizsgálaton. A helyzet ugyanis a következő. Bármiféle tapasztalati bizonyíték, amelyik e tapasztalatban igazoló vagy cáfoló bizonyítékot lát, könnyen becsapja önmagát. Mert sohasem maga a kísérlet, mint esemény, önmagában a bizonyíték vagy a cáfolat, hanem csak a hozzá kapcsolódó konceptuális sémával, elmélettel együtt az. A kettő együtt. Másképp is elmondom, hogy jobban érthető legyen. Nem létezik értelmezés nélküli értelmes tapasztalat. Nem létezik olyan kísérlet, amelyik teória, konceptuális tudás, nyelvhasználat (észhasználat) nélkül igazol vagy cáfol. Nincsenek érvek az észhasználat alátámasztására az észen kívül, azt megelőzőleg. Pl. a logikai törvények hasznosságának, vagy inkább érvényességének népszerű, evolúcióra támaszkodó magyarázata is, elve feltételezi (metanyelvi szinten) e magyarázat ellentmondás–menetességét. Sőt, a klasszikus logikán túllépő logikai rendszerek maguk is, metanyelvi szinten, minden esetben meg kell, hogy feleljenek a klasszikus logikának. Mélységesen igaza van Thomas Nagelnak: az utolsó szó az észé. Mindig az észé.[4]

[4] Thomas Nagel: The Last Word (1997) ford. Demeter Tamás, Az utolsó szó (1998) Európa Könyvkiadó, Budapest, Mérleg sorozat